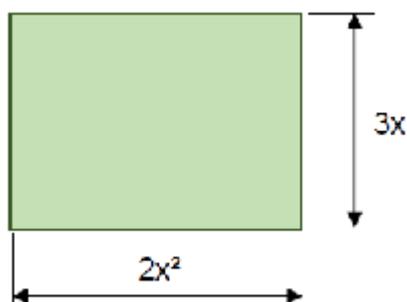


RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DO “CADERNO DE ATIVIDADES A DISTÂNCIA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO”

NÚCLEO PEDAGÓGICO DA DIRETORIA DE ENSINO DA REGIÃO DE SÃO VICENTE

EXERCÍCIO 1

As expressões que representam, respectivamente, o perímetro e a área da figura são:



- a) $10x^2+2x$ e $5x^3$
- b) $2x^2+3x$ e $6x^3$
- c) $2x^2+3x$ e $5x^2$
- d) $4x^3+6x$ e $5x^3$
- e) $4x^2+6x$ e $6x^3$

Chamamos de perímetro de um polígono a soma das medidas de seus lados e, de área a medida do espaço que ela limita.

O perímetro e a área de polígonos dependem de qual polígono estamos estudando e no enunciado do exercício não está explicitado qual é a figura, mas como se parece com um retângulo, vamos assumir que seja um retângulo.

Na Geometria devemos usar somente as informações que estão claramente apresentadas nas figuras ou nos enunciados, mas aqui usaremos a aparência para resolver o problema. Por que esta discussão é importante? Porque vamos usar que os lados opostos da figura são congruentes, mas isto não vale para qualquer quadrilátero. Usaremos esta propriedade aqui porque vamos supor que se trata de um retângulo.

Então, assumindo que a figura é um retângulo, seu perímetro é:

$2.x^2+3.x+2.x^2+3.x$. Sabemos que só podemos somar termos algébricos semelhantes (são aqueles que têm a mesma parte literal) então $2.x^2+3.x+2.x^2+3.x =$

$2.x^2+2.x^2+3.x+3.x=4.x^2+6.x$ (conservamos a parte literal e somamos os coeficientes).

Se você estiver num exame onde o tempo é fundamental, pode parar por aqui porque é a única alternativa com este perímetro.

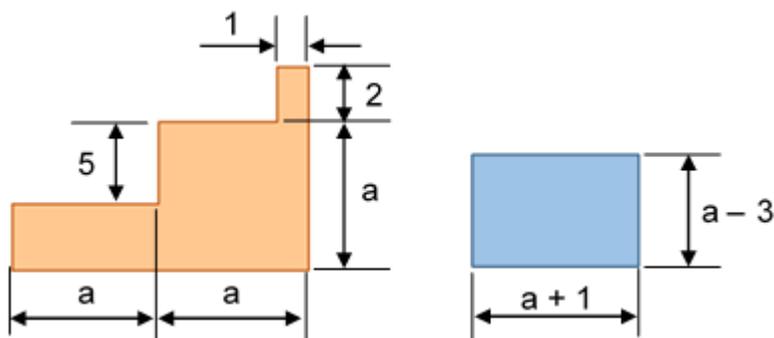
Mas vamos ver se esta resposta está plenamente correta obtendo a área da figura. A área de um retângulo é obtida multiplicando-se as medidas de dois lados consecutivos (um deles é chamado de base e o outro de altura), então a área é: $2 \cdot x^2 \cdot 3 \cdot x = 6 \cdot x^3$ (multiplicamos os coeficientes, conservamos a parte literal somando seus expoentes).

Resposta: Alternativa “e”

EXERCÍCIO 2

Qual é o polinômio que representa a soma das áreas das duas figuras abaixo?

- a) $3a^2 - 7a - 1$
- b) $2a^2 - 5a^2$
- c) $a^2 - 2a - 3$
- d) $-4a^2 - 1$
- e) $10a^2 - 1$



Novamente não é explicitado que tipo de quadriláteros temos, então só nos resta assumir que são retângulos, pela aparência. Mas aparências podem enganar!!

A área total é a soma das áreas dos retângulos, por isto devemos conhecer as medidas de dois lados consecutivos de cada um deles.

Temos todas as informações, menos a medida da altura do primeiro retângulo que pela figura é $a - 5$, então os retângulos têm as seguintes medidas de áreas:

Primeiro retângulo Lados $a - 5$ e a logo a área é: $(a - 5) \cdot a = a^2 - 5a$

Segundo retângulo Lados a e a logo a área é: $a \cdot a = a^2$

Terceiro retângulo Lados 2 e 1 logo a área é: $2 \cdot 1 = 2$

Quarto retângulo Lados **a+1** e **a-3** logo a área é: $(a+1) \cdot (a-3) = a^2 - 3a + a - 3 = a^2 - 2a - 3$

Então a área total será a soma das 4 áreas: $a^2 - 5a + a^2 + 2a + a^2 - 2a - 3 =$

$3a^2 - 7a - 3$

Resposta: Alternativa “a”

EXERCÍCIO 3

A expressão $(x^2+2)^2 + (2x^2+3) \cdot (x^2-5)$ resulta em qual polinômio?

Vamos obter o polinômio fazendo os cálculos separadamente:

$(x^2+2)^2$: é um produto notável (quadrado da soma de dois termos. No caso o quadrado da soma de x^2 com 2).

Temos a fórmula para este produto notável: $(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$ que lemos da seguinte forma: “o quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro (termo) mais duas vezes o produto do primeiro (termo) pelo segundo (termo) mais o quadrado do segundo (termo)”.

Então: $(x^2+2)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 2 + 2^2 = x^4 + 4 \cdot x^2 + 4$

Lembre-se da propriedade da potenciação: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Você pode fazer este quadrado usando outro caminho, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

$(x^2+2)^2 = (x^2+2) \cdot (x^2+2) = x^2 \cdot x^2 + x^2 \cdot 2 + 2 \cdot x^2 + 4 = x^4 + 4 \cdot x^2 + 4$

Faremos o segundo produto: $(2x^2+3) \cdot (x^2-5)$. Aplicamos a distributiva, de novo.

$2 \cdot x^2 \cdot x^2 + 2 \cdot x^2 \cdot (-5) + 3 \cdot x^2 + 3 \cdot (-5) = 2 \cdot x^4 - 10 \cdot x^2 + 3 \cdot x^2 - 15 = 2 \cdot x^4 - 7 \cdot x^2 - 15$

Somando com o primeiro produto temos:

$x^4 + 4 \cdot x^2 + 4 + 2 \cdot x^4 - 7 \cdot x^2 - 15 = 3 \cdot x^4 - 3 \cdot x^2 - 11$

Resposta: $3 \cdot x^4 - 3 \cdot x^2 - 11$

EXERCÍCIO 4

Qual é o quociente da divisão: $(x^6 - 2x^4 + 4x^2 - 8) \div (x^4 + 4)$?

Faremos a divisão pelo método da chave.

Vamos fazer passo a passo:

1. Completamos o dividendo acrescentando os termos com coeficientes nulos

$x^6 - 2x^4 + 4x^2 - 8 = x^6 + 0 \cdot x^5 - 2x^4 + 0 \cdot x^3 + 4x^2 + 0 \cdot x - 8$

2. Dispomos os polinômios na chave:

$$x^6+0.x^5-2x^4+0.x^3+4x^2+0.x-8 \mid \underline{x^4+4}$$

3. Dividimos x^6 por x^4 (primeiro termo do dividendo pelo primeiro termo do divisor) $x^6:x^4=x^2$

Este é o primeiro termo do quociente e escrevemos este termo no quociente

$$x^6+0.x^5-2x^4+0.x^3+4x^2+0.x-8 \mid \underline{x^4+4}$$

x^2

4. Multiplicamos x^2 pelos termos do divisor e subtraímos os resultados dos termos semelhantes do dividendo

$$\begin{array}{r} x^6+0.x^5-2x^4+0.x^3+4x^2+0.x-8 \mid \underline{x^4+4} \\ -x^6 \phantom{\underline{x^4+4}} \\ \hline 0.x^5-2x^4+0.x^3+0.x^2+0.x-8 \phantom{\underline{x^4+4}} \end{array}$$

5. Dividimos $-2x^4$ por x^4 e repetimos o processo

$$\begin{array}{r} x^6+0.x^5-2x^4+0.x^3+4x^2+0.x-8 \mid \underline{x^4+4} \\ -x^6 \phantom{\underline{x^4+4}} \\ \hline 0.x^5-2x^4+0.x^3+0.x^2+0.x-8 \phantom{\underline{x^4+4}} \\ 2.x^4 \phantom{\underline{x^4+4}} \\ \hline 0 \phantom{\underline{x^4+4}} \end{array}$$

Então o quociente é x^2-2

Você pode verificar o resultado multiplicando o quociente pelo divisor e somando com o resto para encontrar o dividendo.

$$(x^2-2).(x^4+4)+0=x^6-2x^4+4x^2-8$$

Resposta: $x^2 - 2$

EXERCÍCIO 5

Qual é a equação da circunferência de raio igual a 5 representada no plano cartesiano?

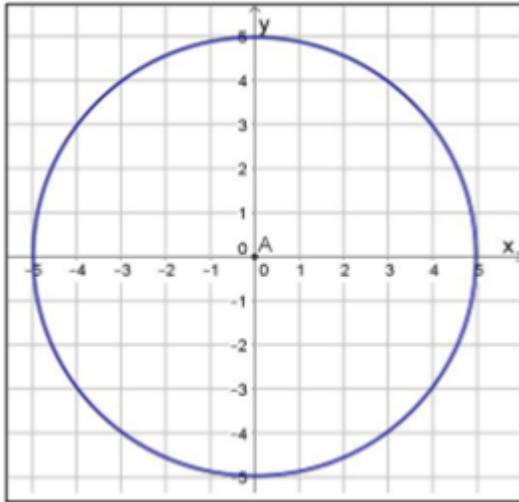
a) $x^2+y^2=\sqrt{5}$

b) $x^2+y^2=25$

c) $-5x^2+5y^2=\sqrt{5}$

d) $5x^2+5y^2=5$

e) $-x^2+y^2=25$



A equação de uma circunferência de raio r e centro no ponto $O(x_0, y_0)$ é:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

No caso, o centro é o ponto $O(0,0)$ e o raio (= distância de qualquer ponto da circunferência ao seu centro) é 5 então a equação da circunferência é:

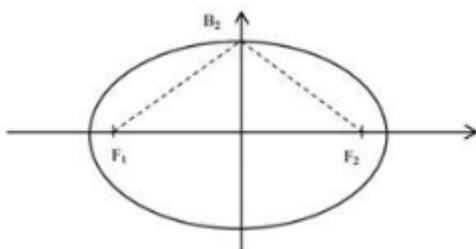
$$(x-0)^2+(y-0)^2=5^2 \text{ logo } x^2+y^2=25$$

Resposta: Alternativa “b”

EXERCÍCIO 6

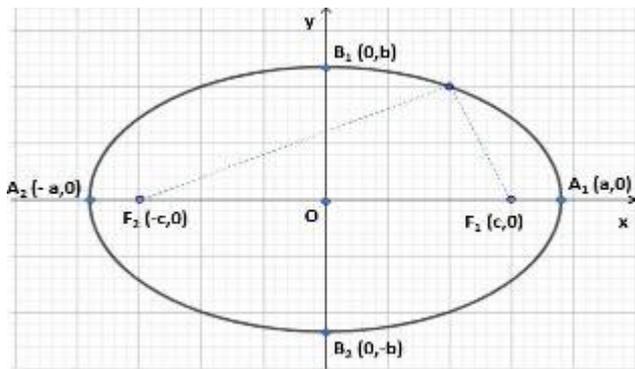
Quais são as coordenadas dos focos da elipse cuja equação é $16x^2+25y^2=400$.

- a) (4;0) e (5;0)
- b) (-4;0) e (-5;0)
- c) (-5;0) e (4;0)
- d) (-2;0) e (2;0)
- e) (-3;0) e (3;0)



Definição de Elipse: Se P é qualquer ponto da elipse então a soma $PF_1+PF_2=2.a$

E vale a relação: $a^2=b^2+c^2$



A elipse é uma das curvas chamadas de cônicas e neste exercício ela tem centro na origem do sistema cartesiano e sua equação reduzida é:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ com os seguinte elementos, apresentados na figura abaixo:}$$

- A_1A_2 é o eixo principal e sua medida é igual a $2.a$
- B_1B_2 é o eixo secundário e sua medida é igual a $2.b$
- F_1F_2 é a distância focal e sua medida é igual a $2.c$

Vamos escrever a equação na forma reduzida ($\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$) e para isto dividimos os dois membros da equação por 400, encontrando:

$$\frac{16.x^2}{400} + \frac{25.y^2}{400} = \frac{400}{400} \text{ simplificando temos: } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Então $a^2=25$ e $b^2=16$

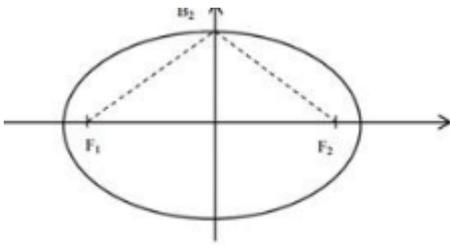
As coordenadas dos focos desta elipse são $(-c,0)$ e $(c,0)$ onde c é a distância entre F_2 até O ou a distância entre F_1 até O .

Usamos a relação $a^2=b^2+c^2$ para calcular o valor de c
 $25=16+c^2$ logo $c=e$ e temos $F_2(-3,0)$ e $F_1(3,0)$.

Resposta: Alternativa “e”

EXERCÍCIO 7

Dada a elipse abaixo, qual é a área do triângulo $F_1F_2B_2$, de tal forma que F_1 e F_2 são focos e B_2 é o vértice do eixo menor da elipse: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.



- a) 12
- b) 13
- c) 14
- d) 15
- e) 16

A área do triângulo $F_1F_2B_2$ é igual a $\frac{(2.c).b}{2}=c \cdot b$

Pela fórmula dada temos que $a^2=25$ logo $a=5$ e $b^2=16$ logo $b=4$

Usando a relação: $a^2=b^2+c^2$ temos

$$25=16+c^2 \text{ logo } c=3$$

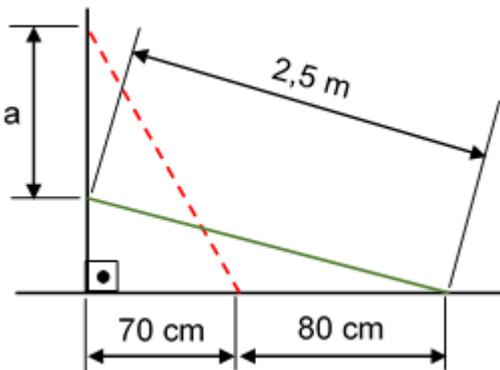
Então a área do triângulo $F_1F_2B_2$ é $3 \cdot 4=12$.

Resposta: Alternativa “a”

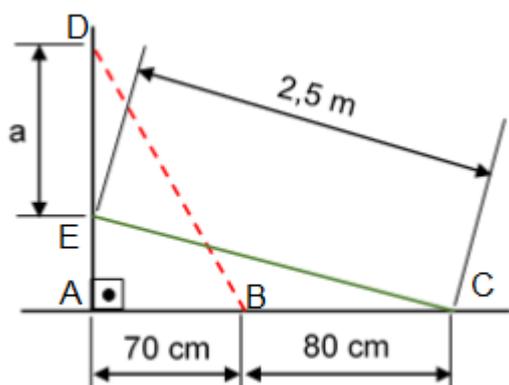
EXERCÍCIO 8

Uma escada de 2,5 m de comprimento está apoiada em um muro. A distância entre o pé da escada e o muro é de 70 cm. Se o pé da escada se afastar mais 80 cm do muro, qual será a medida do deslocamento da escada no sentido vertical “a”?

- a) 20 cm
- b) 40 cm
- c) 80 cm
- d) 200 cm
- e) 240 cm



Vamos nomear alguns dos vértices da figura para facilitar a resolução.



Vamos também chamar o lado EA de x

Considerando o triângulo retângulo DAB e aplicando o Teorema de Pitágoras temos:

$$DA^2 + AB^2 = DB^2 \text{ logo } (a+x)^2 + 0,7^2 = 2,5^2 \text{ então } a+x=2,4$$

Considerando agora o triângulo retângulo EAC e aplicando o Teorema de Pitágoras temos:

$$EA^2 + AC^2 = EC^2 \text{ logo } x^2 + 1,5^2 = 2,5^2 \text{ então } x=2,0$$

$$\text{Se } a+x=2,4 \text{ e } x=2,0 \text{ então } a=0,4=40 \text{ cm}$$

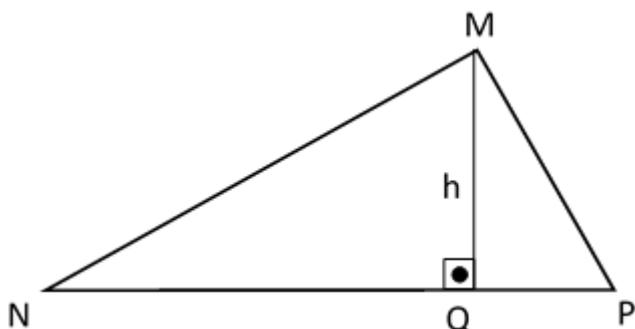
Resposta: Alternativa “b”

EXERCÍCIO 9

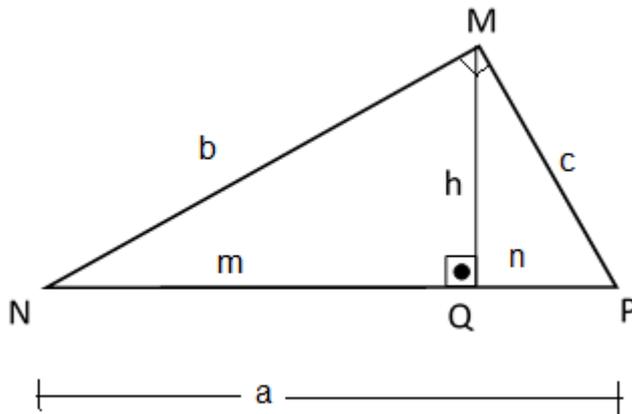
O triângulo MNP é retângulo, sendo $NQ=24 \text{ cm}$ e $PQ=6 \text{ cm}$.

Qual é a altura $h=MQ$?

- a) 4 cm
- b) 8 cm
- c) 12 cm
- d) 16 cm
- e) 20 cm



Em um triângulo retângulo onde se marca a altura relativa à hipotenusa temos as chamadas “Relações Métricas no Triângulo Retângulo” que estabelecem relações entre as medidas de alguns segmentos da figura.



São as seguintes:

$$b^2 = a \cdot m \quad c^2 = a \cdot n \quad h^2 = m \cdot n \quad a \cdot h = b \cdot c \quad \text{e} \quad a^2 = b^2 + c^2$$

No exercício $NQ = m = 24$ e $PQ = n = 6$ e pede-se o valor de h

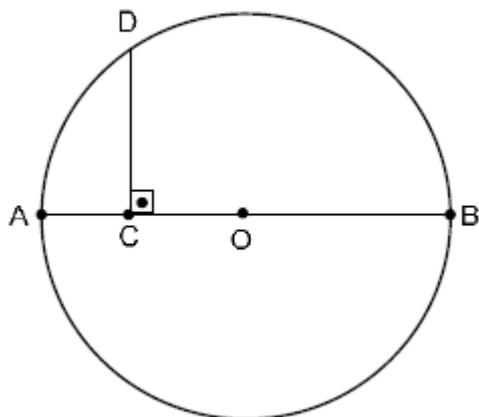
Podemos aplicar a fórmula: $h^2 = m \cdot n = 24 \cdot 6 = 144$ logo $h = 12$

Resposta: Alternativa “c”

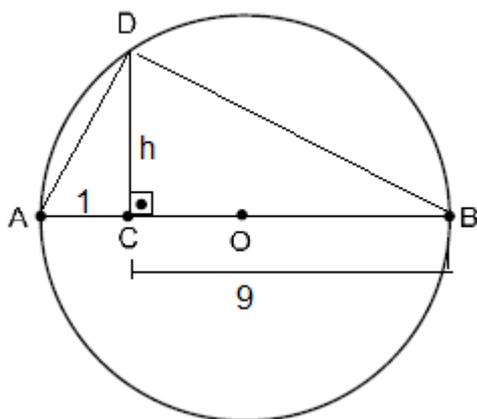
EXERCÍCIO 10

A circunferência abaixo tem raio 5 cm e a distância entre os pontos A e C mede 1 cm. Qual é a medida do segmento CD?

- a) 3 cm
- b) 5 cm
- c) 7 cm
- d) 9 cm
- e) 11 cm



O triângulo ADB é retângulo em D (porque o ângulo ADB “enxerga” um diâmetro de circunferência):



O segmento CB mede 9 porque o diâmetro da circunferência é 10 (diâmetro = 2 vezes o raio).

Se consideramos o triângulo ABD e as Relações Métricas no Triângulo Retângulo, temos que h é a altura relativa à hipotenusa e as medidas 1 e 9 são as medidas das projeções dos catetos AD e DB sobre a hipotenusa, respectivamente, e vale a relação:

$$h^2 = AC \cdot CB = 1 \cdot 9 \text{ logo } h = 3$$

Resposta: Alternativa “a”

EXERCÍCIO 11

Cada um dos participantes de um congresso recebeu uma senha distinta que era composta por cinco letras, todas vogais e sem repetições. Pode-se afirmar que o número de participantes desse congresso não pode ser maior do que:

- a) 5
- b) 10
- c) 24

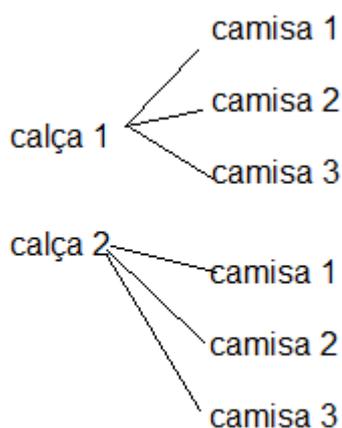
d) 108

e) 120

Vamos relembrar o Princípio Multiplicativo que diz: se dois conjuntos A e B tem **m** e **n** elementos distintos, respectivamente, então o número de pares ordenados (x, y), onde **x** pertence a A e **y** pertence a B, é igual a **m.n**

Por exemplo: se uma pessoa tem 2 calças distintas e 3 camisas distintas, ela pode se vestir, usando uma calça e uma camisa de $2.3=6$ formas distintas

Confira na figura abaixo:



Podemos representar estas senhas da seguinte forma:

vogal1 vogal2 vogal3 vogal4 vogal5

A vogal 1 pode ser qualquer uma das 5 vogais, mas como elas tem que ser diferentes, a vogal 2 só pode ser uma das 4 restantes e assim sucessivamente, então temos as possibilidades: 5 vogais na primeira posição, 4 vogais na segunda posição, três vogais na terceira posição, duas vogais na segunda posição e 1 vogal na primeira posição, então, teremos:

$5.4.3.2.1 = 120$ senhas possíveis

Resposta: Alternativa “e”

EXERCÍCIO 12

Um restaurante oferece no cardápio 4 tipos de saladas, 3 tipos de carne, 3 variedades de sucos e 2 sobremesas diferentes. Se uma pessoa deseja fazer um prato com uma das saladas, um tipo de carne, uma bebida e uma sobremesa, qual alternativa mostra o número de pedidos diferentes que essa pessoa pode fazer?

- a) 4
- b) 12
- c) 48
- d) 72
- e) 84

Usando novamente o Princípio Multiplicativo temos o gráfico de possibilidades:

salada 1 salada 2 salada 3 salada 4 carne 1 carne 2 carne 3 suco 1 suco 2 suco 3 sobremesa 1 sobremesa 2

Aplicando o Princípio Multiplicativo temos: $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 72$ pedidos diferentes

Resposta: Alternativa “d”

EXERCÍCIO 13

(Adaptado) Determinado jogo de vídeo game permite a criação de avatares personalizados para a identificação dos jogadores, para tanto, permite combinações entre as seguintes características descritas na tabela abaixo:

Gênero: Masculino ou Feminino

Formato do Rosto: Redondo ou Quadrado ou Alongado

Tipo de Cabelo: Sem Cabelo ou Curto ou Longo ou Penteado ou Despenteado ou Solto ou Preso

Formato dos Olhos: Grandes ou Pequenos ou Amendoados ou Redondos

Formato do Nariz: Fino ou Largo ou Grande ou Pequeno ou Achatado

Formato da Boca: Grande ou Pequena ou Média

De acordo com os dados fornecidos, quantos avatares diferentes podem ser formados?

- a) 7
- b) 24
- c) 2160
- d) 2520
- e) 5040

Cabe uma observação: no problema está subentendido que a classificação de cada característica é excludente.

O que isto quer dizer?

Por exemplo:

1. a pessoa tem formato de rosto redondo ou quadrado ou alongado e nenhuma pessoa pode ter duas destas características ao mesmo tempo;
2. mas no formato de nariz uma pessoa pode ter nariz fino e pequeno ou grande e achatado e aí com as informações do problema ele é insolúvel;
3. Mas vamos supor que em cada categoria as características são excludentes, então se alguém tem nariz fino não pode ter pequeno nem grande.

Sendo assim, é só aplicar o Princípio Multiplicativo e encontrar:

$$2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 = 2520$$

Resposta: Alternativa “d”

EXERCÍCIO 14

A senha de acesso à uma plataforma digital é formada obrigatoriamente por duas letras e três numerais que não podem se repetir, obedecendo estas condições e considerando o alfabeto com 26 letras, quantas combinações diferentes podem ser realizadas?

- a) 676.000
- b) 468.000
- c) 82
- d) 78
- e) 5

Então como a senha tem este formato

____ ____ ____ ____ ____
Letra1 Letra 2 Numeral 1 Numeral 2 Numeral 3

Como temos 26 letras e elas não podem se repetir, a Letra 1 tem 26 possibilidades. Na letra 2, já que usamos uma letra, teremos 25 possibilidades.

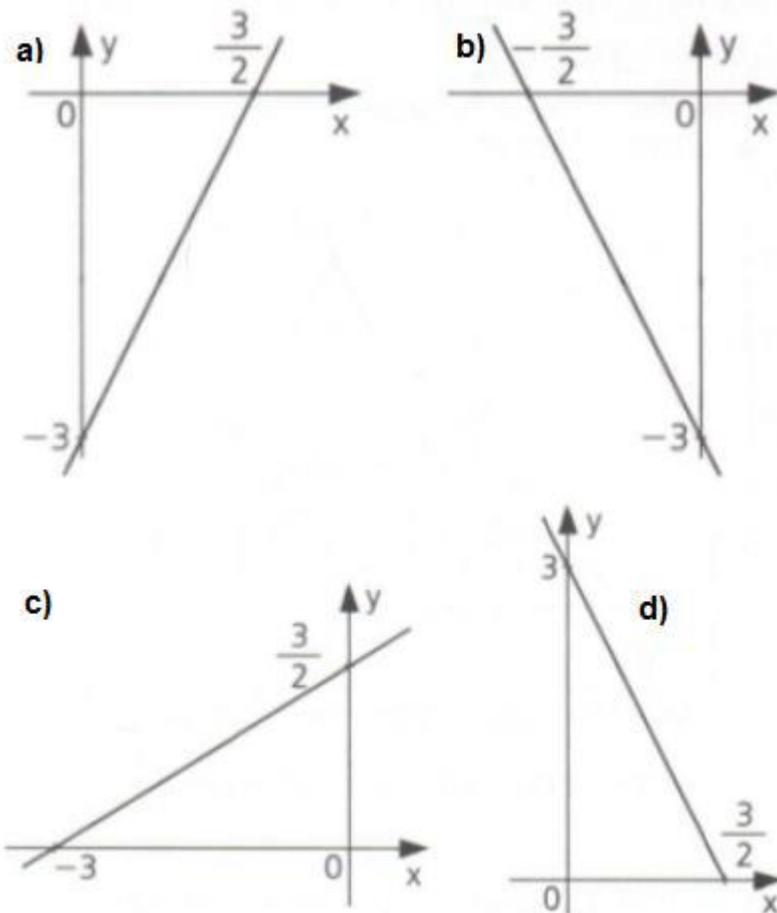
No numeral 1 temos 10 possibilidades (do 0 ao 9) e no numeral 2 teremos 9 possibilidades, já que usamos um numeral e no Numeral 3 teremos 8 possibilidades, pelo mesmo motivo.

Então o número de senhas será: $26 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 468\ 000$

Resposta: Alternativa “b”

EXERCÍCIO 15

Qual dos gráficos representa a função dada por $y = -2x - 3$?



A função do primeiro grau $y = a \cdot x + b$ tem gráfico uma reta e é uma função crescente se $a > 0$ e decrescente se $a < 0$. No caso a (coeficiente angular) $a = -2$, portanto, a reta é decrescente.

O coeficiente b (chamado de independente ou coeficiente linear) indica onde a reta cruza o eixo OY então como $b = -3$, esta reta corta o eixo OY no ponto -3 .

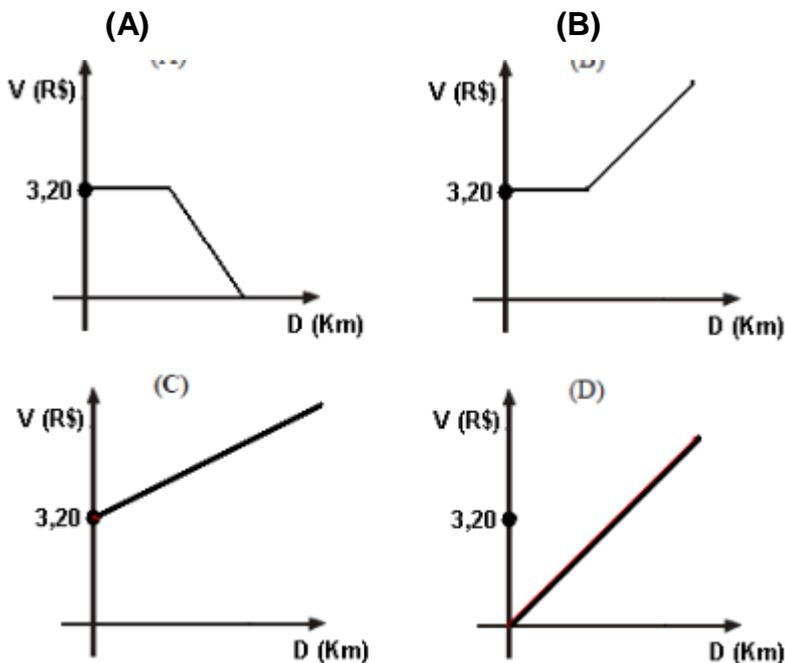
Resposta: Alternativa “b”

Poderíamos ainda descobrir onde a reta cruza o eixo OX, que é ponto em que $y = 0$ (o valor de x que anula y é chamado de raiz da equação)

No caso, se $y=0$ então $-2.x-3=0$ logo $x=-\frac{3}{2}$, o que está correto na alternativa **b**.

EXERCÍCIO 16

Marcos Aurélio pegou um táxi comum, que cobra R\$ 3,20 pela bandeirada (valor fixo) e R\$ 1,20 por quilometro rodado, para ir à casa de sua namorada que fica a 18 km de distância. A função que representa esta situação é $V=3,20+1,20D$, onde V é o valor pago e D a distância percorrida. O melhor gráfico que representa esta situação é:

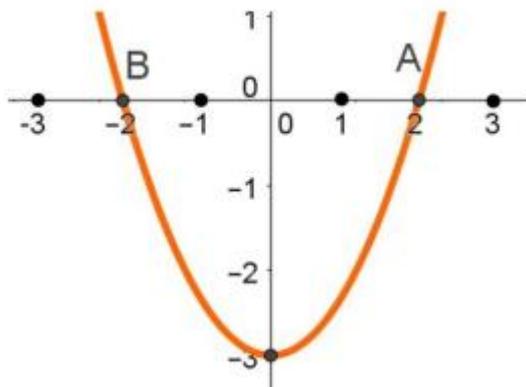


A função $y = 3,2 + 1,2.D$, cujo gráfico é uma reta porque é uma função do primeiro grau. O coeficiente angular $a=1,2$ é positivo e por isto a reta é crescente e o coeficiente linear $b=3,2$ indica onde a reta corta o eixo **OV**.

Resposta: Alternativa “c”

EXERCÍCIO 17

Observando o gráfico abaixo, determine as raízes e o vértice da função:



Chamamos de raízes de uma função (ou zeros da função) os pontos onde a curva cruza o eixo OX e, nestes pontos $y=0$.

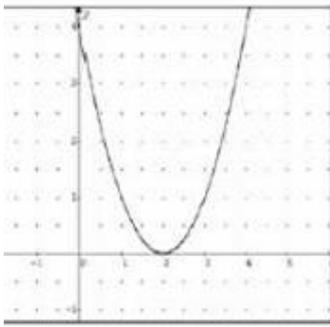
Observando o gráfico, localizamos como raízes os valores $x=-2$ ou $x=2$

Chamamos de vértice de uma função do segundo grau ao ponto onde a curva muda o seu crescimento: de crescente passa a ser decrescente ou de decrescente passa a ser crescente.

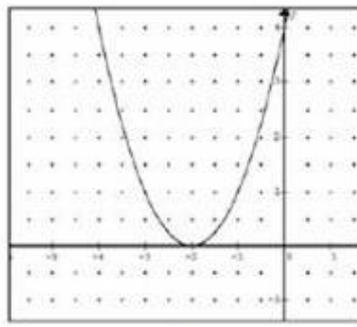
Resposta: Raízes -2 e 2 e o vértice é (0,-3)

EXERCÍCIO 18

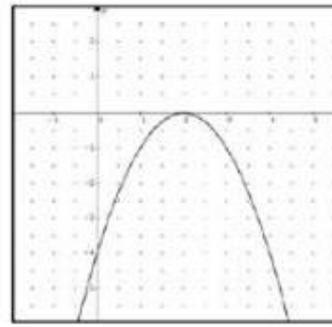
Dada a função $f(x)=x^2-4x+4$, qual gráfico representa adequadamente esta função?



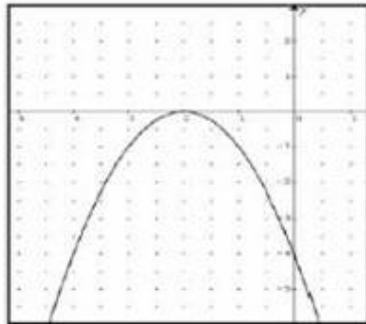
a



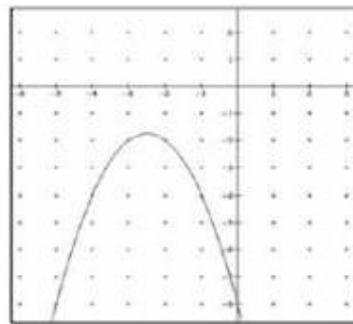
b



c



d



e

A função $f(x)=x^2-4x+4$ é do segundo grau e tem como gráfico uma parábola.

Toda função do segundo grau é na forma geral descrita por $y=a.x^2+b.x+c$, $a \neq 0$

e o sinal de **a** determina se a parábola tem concavidade para cima ou para baixo [podemos dizer também concavidade positiva ($a > 0$) ou concavidade negativa ($a < 0$).]

No caso, $a=1 > 0$ logo a parábola tem concavidade voltada para cima. Por isto as alternativas **c, d, e** não convém.

Os pontos onde a parábola cruza o eixo OX são chamados de raízes da função e, nestes pontos $y=0$ logo para encontrá-los basta resolver a equação:

$a.x^2+b.x+c=0$ então $x^2-4x+4 = 0$. Aplicando a fórmula de Báskara temos:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{No caso temos } x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 + 0}{2} = 2$$

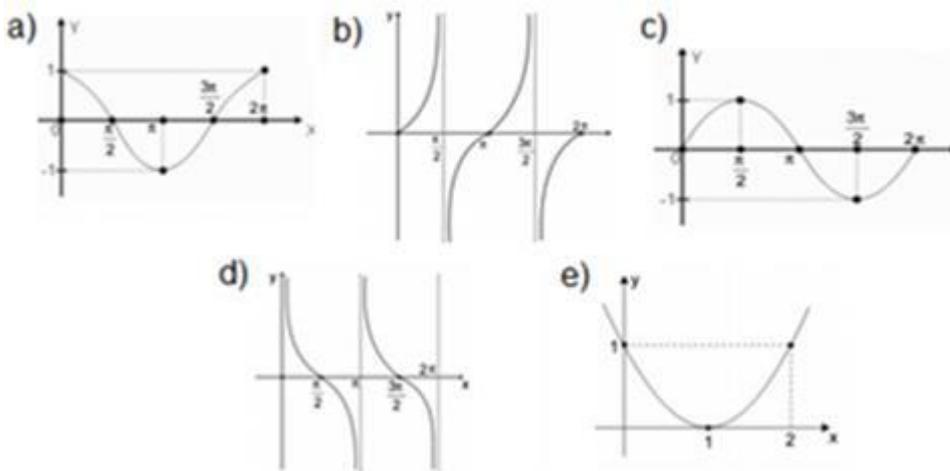
$$\text{Ou } x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 - 0}{2} = 2$$

Como as raízes são iguais, a parábola intercepta o eixo OX num único ponto, neste caso em $x=2$.

Resposta: Alternativa “a”

EXERCÍCIO 19

(Saeb 2011) Indique o gráfico que representa a função $y = \cos x$.



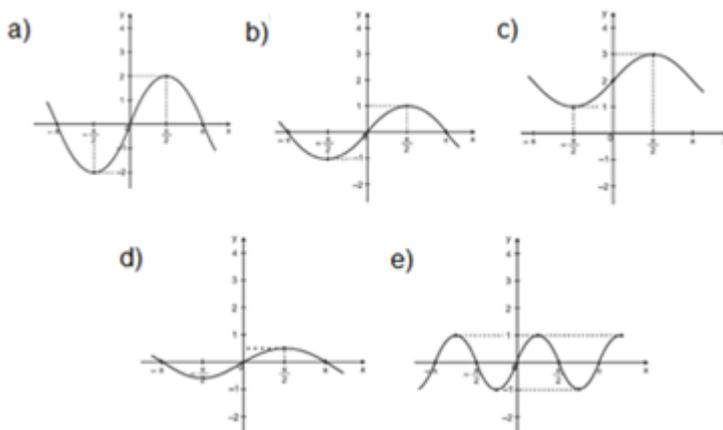
A função $y = \cos x$ tem alguns valores notáveis que usamos para construir seu gráfico. São estes:

x(em radianos)	y=cosx
0	1
$\frac{\pi}{2}$	0
π	-1
$\frac{3 \cdot \pi}{2}$	0
$2 \cdot \pi$	1

Resposta: Alternativa “a”

EXERCÍCIO 20

(ADC 1ª edição 2019) O gráfico que representa a função trigonométrica $f(x) = \sin(2x)$, definida de \mathbb{R} em \mathbb{R} é:



A função $y = \sin 2x$ é limitada no intervalo $[-1, 1]$ logo as alternativas **a, c d** não convêm.

Para decidir qual é o gráfico correto basta calcular alguns valores de y para valores conhecidos de $2x$.

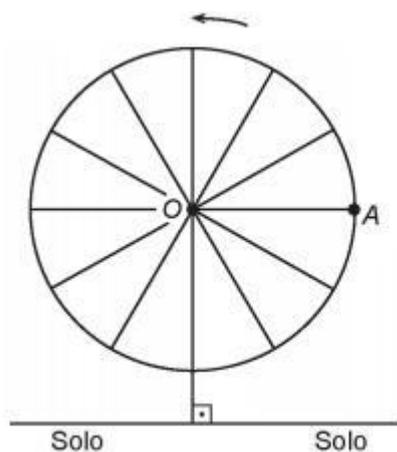
Por exemplo: se $2x=0$, $\sin 2x=0$ e $x=0$

Se $2x=\pi$, $\sin 2x = \sin \pi = 0$ e $x = \frac{\pi}{2}$ e logo a alternativa **b** não convêm.

Resposta: Alternativa “e”

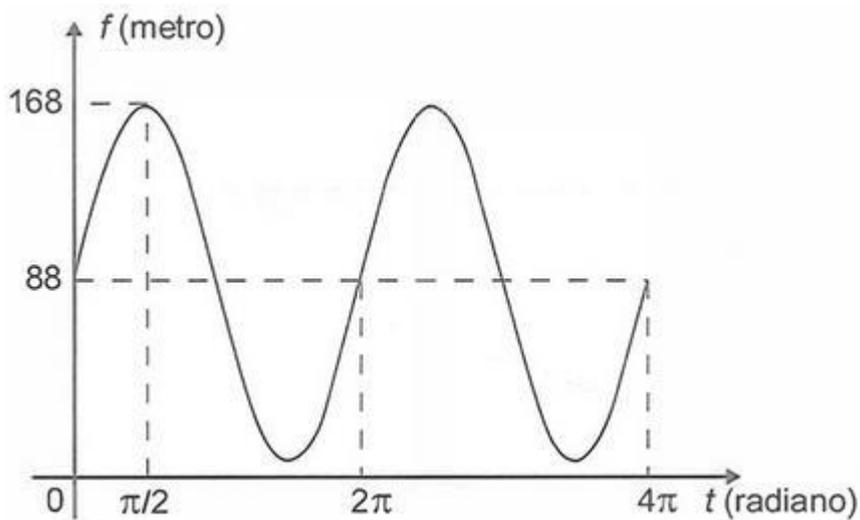
EXERCÍCIO 21

Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a High Roller, em Las Vegas. A figura representa a roda-gigante, no qual o ponto **A** representa uma de suas cadeiras:



Disponível em: <http://en.wikipedia.org>. Acesso em: 22 abr. 2014 (adaptado).

A partir da posição indicada, em que o seguimento **OA** se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto **O**. Sejam **t** o ângulo determinado pelo seguimento **OA** em relação à sua posição inicial, e **f** a função que descreve a altura do ponto **A**, em relação ao solo, em função de **t**. Após duas voltas completas, **f** tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por:

- a) $f(t)=80\text{sen}(t)+88$
- b) $f(t)=80\text{cos}(t)+88$
- c) $f(t)=88\text{cos}(t)+168$
- d) $f(t)=168\text{sen}(t)+88\text{cos}(t)$
- e) $f(t)=88\text{sen}(t)+168\text{cos}(t)$

Vamos analisar alguns pontos notáveis das curvas, observando o gráfico

Se $t=0$ então $y=88$

Lembrando que $\text{sen}0=0$ e $\text{cos}0=1$ temos que:

Alternativa a: $f(0) = 88$

Alternativa b: $f(0)=168$

Alternativa c: $f(0)=256$

Alternativa d: $f(0)=88$

Alternativa e: $f(0)=168$

Então só convém, por enquanto, as alternativas a ou d

Vamos fazer o mesmo para $x = \frac{\pi}{2}$

Lembrando que $\text{sen}(\frac{\pi}{2})=1$ e $\text{cos}(\frac{\pi}{2})=0$, temos:

Alternativa a: $f(\frac{\pi}{2}) = 168$

Alternativa d: $f(\frac{\pi}{2})=168$

Vamos tentar o valor $x=2.\pi$

Lembrando-se que $\text{sen}(2.\pi)=0$ e $\text{cos}(2.\pi)=1$, temos:

Alternativa a: $f(2.\pi)=88$

Alternativa d: $f(2.\pi)=88$

Temos que ver o que acontece para $x=4.\pi$

Lembrando-se que $\text{sen}(4.\pi)=\text{sen}0=0$ e $\text{cos}(4.\pi)=\text{cos}0=1$, temos:

Alternativa a: $f(4.\pi)=88$

Alternativa d: $f(4.\pi)=88$

Temos que analisar outro ponto da curva para decidir qual a alternativa é a correta.

Note que para $x = \frac{3\pi}{2}$, arco que está entre $\frac{\pi}{2}$ e $2.\pi$, o valor de y é positivo .

A função descrita na letra **a**, tem valor: $f(\frac{3.\pi}{2}) = 80$ e a função descrita na letra **d**, tem valor $f(\frac{3.\pi}{2}) = -168$. Este valor não convém por ser negativo.

Resposta: Alternativa “a”

EXERCÍCIO 22

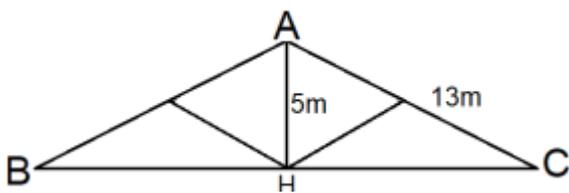
Para a construção de um galpão que será utilizado como carpintaria, o telhado se assemelha ao triângulo isósceles ABC, abaixo. Observe a vista frontal da estrutura do telhado.

Podemos observar que:

a) A altura AH separa o triângulo isósceles ABC em dois triângulos retângulos.

Sendo assim, qual o tamanho de HC? Registre como chegou a resposta.

b) Explique como você poderia descobrir o valor de BC? Qual é este valor?



a) O triângulo AHC é retângulo de catetos 5 e HC e hipotenusa 13. Podemos aplicar o Teorema de Pitágoras:

$$AH^2 + HC^2 = AC^2 \text{ logo } 5^2 + HC^2 = 13^2 \text{ logo } HC = 12$$

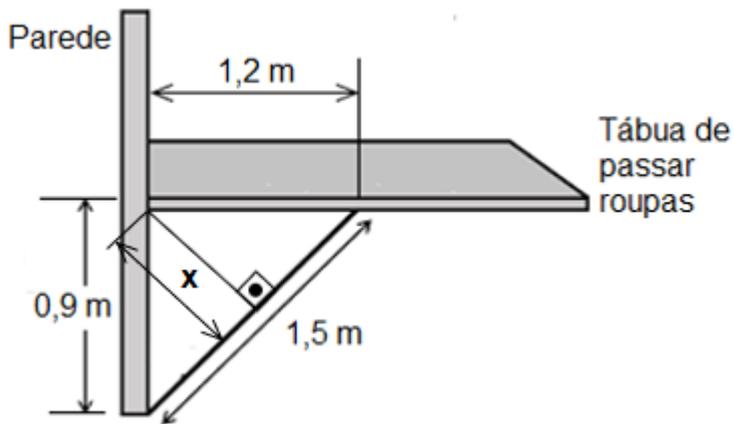
b) Os triângulos ABH e ACH são retângulos com 2 lados congruentes (os de medidas 5 e 13) logo são congruentes então $HB = HC$ então

$$BC = 2.12 = 24 \text{ m}$$

Respostas: a: HC=12 m e b: BC=24 m

EXERCÍCIO 23

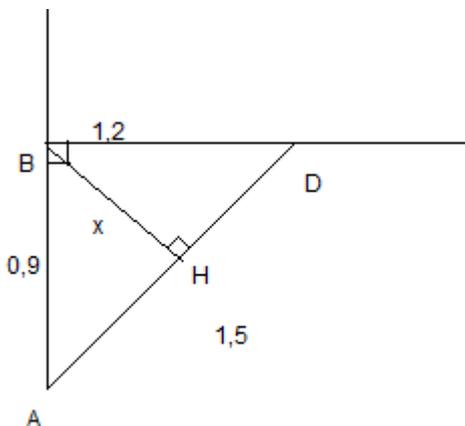
Um marceneiro fixou uma tábua de passar roupa perpendicular a uma parede, a 0,90 metros do chão. Para aumentar a resistência, ele colocou dois apoios, como mostra a figura abaixo:



Conclui-se que o comprimento “x” do apoio menor mede:

- a) 0,42 m
- b) 0,48 m
- c) 0,72 m
- d) 0,75 m
- e) 0,87 m

Vamos construir uma figura auxiliar:



O triângulo BAD é retângulo com altura relativa à hipotenusa x , catetos 0,9 e 1,2 e hipotenusa 1,5

Sabemos que (vide exercício 9, onde fizemos uma revisão deste conteúdo: (Relações Métricas no Triângulos Retângulo)).

Uma destas relações é: $a \cdot h = b \cdot c$ (num triângulo retângulo, o produto da hipotenusa pela altura relativa à hipotenusa é igual ao produto de seus catetos),

Então: $AD \cdot BH = BA \cdot DB$

$$1,5 \cdot x = 0,9 \cdot 1,2$$

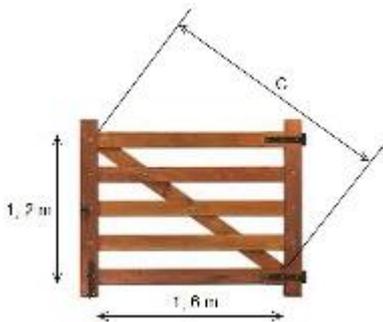
$$1,5 \cdot x = 1,08$$

$$x = \frac{1,08}{1,5} = 0,72$$

Resposta: Alternativa “c”

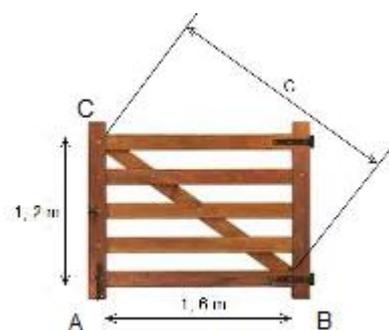
EXERCÍCIO 24

Um fazendeiro quer colocar uma tábua em diagonal na sua porteira. Sabendo que a folha da porteira mede 1,2m por 1,6m. O comprimento (C) desta tábua deve ser de:



- (a) 2,8 m
- (b) 2 m
- (c) 0,8 m
- (d) 1,92 m
- (e) 3 m

Observe a figura



O triângulo ABC é retângulo com catetos (AC e AB) medindo, respectivamente: 1,2 e 1,6 e hipotenusa (BC) medindo **c**. Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$1,2^2 + 1,6^2 = BC^2$$

$$\text{Logo } BC^2 = 4,0 \text{ e } BC = 2,0$$

Resposta: Alternativa “b”