RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DO “CADERNO DE ATIVIDADES A DISTÂNCIA 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO”

NÚCLEO PEDAGÓGICO DA DIRETORIA DE ENSINO DA REGIÃO DE SÃO VICENTE

EXERCÍCIO 1

Um site comercial se torna altamente atrativo a partir do instante que ele passa a ter visitas que aumentam diária, semanal ou mensalmente. Para um site avaliado semanalmente, foram observadas as seguintes quantidades de visitas: na 1ª semana 2.222, na 2ª semana 6.666 e na 3ª semana 19.998. Mantendo a performance observada, qual será o número de visitas recebidas por este site na quarta semana?

A Progressão Geométrica (PG), é uma sequência onde cada termo, começando pelo segundo, é o produto do anterior por uma constante indicada pela letra **q**.

Então, a sequência (a_1,a_2,a_3........a_n,a_{n+1}...) é uma PG se:

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3}$=........=$\frac{a_{n+1}}{n}$= q

Por exemplo: PG (2, 6, 18, 54....)

Note que ao realizarmos a razão entre um consequente e seu antecedente obtemos o mesmo valor:

$\frac{54}{18} = \frac{18}{6} = \frac{6}{2}$ = 3. É uma PG de razão 3

Podemos também definir PG da seguinte forma: PG é uma sequência onde cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando-se o termo anterior, a partir do segundo, por uma constante chamada de razão da PG e indicada pela letra **q**.

Estas duas definições são equivalentes. Considere a primeira definição:

$\frac{a_{n+1}}{n}$= q $\Rightarrow a_{n+1}$= a_n. q, que é a segunda definição. O mesmo vale se fizermos as operações inversas.

Se a_{n+1}= a_n.q então $\frac{a_{n+1}}{n}$= q

A questão deseja saber o número de visitas na quinta semana, vejamos:

1° Semana: 2.222

2° Semana: 6.666

3° Semana: 19.998

Vamos utilizar a 3° e a 2° semana para realizar a razão entre elas:

$\frac{6\,666}{2\,222}$ =3

Devemos verificar se a razão entre terceiro e o segundo termos também é 3. Temos que: $\frac{19\,998}{6\,666}$ também é 3, logo a sequência (2 222,6 666, 19 998.....) é uma PG de razão 3. Se o segundo quociente fosse diferente de 3, a sequência não seria uma PG.

Logo o próximo termo será: 19 998.3=59 994

Resposta: **Na 4° semana o site recebera 59.994 visitas**.

EXERCÍCIO 2

O dono de uma sorveteria pretende aumentar as vendas de picolés projetando um crescimento mensal que segue uma progressão geométrica de razão 3. Se no primeiro mês ele vendeu 225 picolés, quantos picolés ele espera vender no 4º mês?

Como o enunciado já nos dá a razão da progressão geométrica, basta que multipliquemos o valor do primeiro mês por 3 e seu produto por 3 e novamente por 3 para assim chegarmos no 4° mês.

Primeiro mês: 225 picolés

Segundo mês: 3.225 = 675 picolés

Terceiro mês: 3.675 =2025 picolés

Quarto mês: 3.2025=6075 picolés

Poderíamos também resolver este problema com a *fórmula do termo geral de uma PG* (a_1, a_2, a_3........a_n) de razão **q**.

Note que em qualquer PG temos:

$a_2 = a_1 .\ q$

$a_3 = a_2 .q = a_1 .\ q.q = a_1 .q^2$

$a_4 = a_3 .\ q = a_1 .\ q^2 .q = a_1 .\ q^3$

De forma geral:

$\mathbf{a_n = a_1 . q^{n-1}}$:fórmula do termo geral de uma PG

Com ela podemos encontrar qualquer termo de uma PG, se soubermos seu 1° termo (a_1) e sua razão (q). Utilizando a fórmula para resolução desta questão teremos:

$a_4 = a_1 .q^3 = 255.3^3 = 225.27 = 6\,075$

Resposta: O dono da sorveteria espera vender 6.075 picolés no 4° mês.

EXERCÍCIO 3

(Vunesp –SP –Adaptado) Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. Elas deverão ser empilhadas respeitando a seguinte ordem: uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já estejam na pilha. Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
1 tábua	2 tábuas	4 tábuas	8 tábuas

Determine a quantidade de tábuas empilhadas na 12ª pilha.

O número de tábuas dobra a cada nova pilha indicando que temos uma PG.

O enunciado não nos dá a razão da PG, mas temos os termos, possibilitando que encontremos a razão.

Dividindo cada termo pelo anterior temos:

$\frac{a_4}{a_3} = \frac{8}{4} = 2$ e $\frac{a_3}{a_2} = \frac{4}{2} = 2$ e $\frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2$

Então a razão dessa PG é 2.

Agora que temos a razão, podemos encontrar a quantidade que terá a 12ª pilha.

Aplicando a fórmula do termo geral de uma PG:

$$a_n = a_1 . q^{n-1}$$

temos: $a_{12}=a_1.q^{11}=1.2^{11}=2048$

Você poderia resolver este problema calculando a quantidade de tábuas: pilha após pilha até chegar à 12ª pilha, mas seria um processo mais demorado.

Resposta: A 12ª pilha terá 2.048 tábuas empilhadas.

EXERCÍCIO 4

O proprietário de uma loja de celulares projetou a evolução de suas vendas imaginando que elas cresceriam mensalmente segundo uma progressão geométrica de razão 3. Se no 1º mês ele vendeu 185 celulares pode-se concluir que ele terá vendido 14.985 celulares em qual mês?

No enunciado pergunta-se quando a loja chegaria ao número de 14 985 vendas. No primeiro dia foram vendidos 185 aparelhos; no segundo foram vendidos 3x185=555 aparelhos, então nos dois dias foram vendidos: 185+555=740 aparelhos.

Então precisamos saber quando a soma dos aparelhos vendidos após **n** dias será 14 985 aparelhos.

Temos uma fórmula exatamente para esta situação. É a chamada *fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PG,* que indicamos por S_n.

Então: $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots\dots\dots + a_n$

E a fórmula é:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

No problema proposto temos os valores de S_n =14.985, a_1=185 e q=3 e, podemos calcular o valor de n.

$14.985 = \frac{185.(3^n - 1)}{3 - 1}$

$\frac{185.(3^n - 1)}{2} = 14\ 985$

$185.(3^n - 1) = 14\ 985.\ 2 = 29\ 970$

$3^n - 1 = \frac{29970}{185} = 162$

$3^n = 163$

Aqui precisamos fazer um parêntesis. Este tipo de equação, com a incógnita n no expoente, é chamada de *equação exponencial*.

Por exemplo: $4^x=8$

Neste caso, podemos escrever a base 4 e a base 8 como potência de 2 já que $4=2^2$ e $8=2^3$ então temos: $(2^2)^x=2^3$

Logo $2^{2x}=2^3$ então 2.x=3 e $x= \frac{3}{2}$

No entanto, nem todas as equações exponenciais podem ser resolvidas assim.

Por exemplo: a equação $2^x=3$ não pode ser resolvida por aquele método porque não conseguimos escrever 2 como potência de 3 com expoente racional.

Para estes casos precisamos de uma ferramenta matemática chamada de **Logaritmo**.

Vamos fazer uma revisão rápida sobre a definição de logaritmo.

Chamamos de logaritmo de **a** na base **b,** e indicamos por $\mathbf{log_b^a}$, ao número **c** tal que:

$\log_b^a$=c se b^c=a, com a>0 e b>0 e b≠1

Por exemplo:

$\log_3^9$ =2 porque 3^2 = 9.

O símbolo $\log_3^9$ significa: "a qual expoente devemos elevar 3 para que o resultado da potência seja 9?"

Vamos rever duas propriedades sobre logaritmos:

1. $\log_x^x$: logaritmo de um número na mesma base

   Este símbolo significa: "a qual expoente devemos elevar x para que a potência resulte x?". Este expoente é 1 logo:$\log_x^x = 1$

2. Uma segunda propriedade importante dos logaritmos é a chamada **Propriedade da Potência, que** diz**:**

   $\log_b^{a^n}$= n. $\log_b^a$

   Por exemplo: $\log_3^{9^4}$=4. $\log_3^9$=4.2=8

Usamos esta propriedade para resolver certos tipos de equações exponenciais onde não conseguimos escrever uma das bases como potência da outra e com expoente racional.

A equação que devemos resolver é:

3^n=163 e o valor 163 não pode ser escrito como potência de 3 e com expoente racional.

Devemos então aplicar logaritmos nos dois termos da equação, encontrando:

$\log_{10}^{3^n}$ = $\log_{10}^{163}$

Aplicamos a base 10 porque temos os valores dos logaritmos dos números naturais tabelados. Estes logaritmos na base 10 são chamados *de logaritmos decimais.*

Agora usamos a propriedade do logaritmo da potência e encontramos:

n. $\log_{10}^3$ = $\log_{10}^{163}$

Estes dois logaritmos são tabelados e valem:

$\log_{10}^3$= 0,4771 e $\log_{10}^{163}$ = 2,2121

Logo: n.0,4771 = 2,2121

n = $\frac{2,2121}{0,4771}$ = 4,6366

Assim, as vendas alcançarão o número de 14 985 no quinto mês.

Resposta: Ele terá vendido 14 985 celulares no 5º mês

EXERCÍCIO 5

No começo do desenvolvimento embrionário, todos os tipos de células que irão constituir os diferentes tecidos originam-se de uma única célula chamada de “zigoto” ou “ célula-ovo”. Por meio de um processo chamado de mitose, cada célula se divide em duas, ou seja, a célula–ovo origina duas novas células que, por sua vez, irão originar quatro outras e assim sucessivamente. Após observar 9 ciclos, um cientista registrou 8 192 células. Assinale a alternativa que mostra o número de células que existiam quando o cientista iniciou a observação

a) 28

b) 30

c) 32

d) 34

e) 36

Temos a seguinte sequência da evolução das células que é uma PG de primeiro termo a_1, número de termos n=9, razão q=2 e último termo a_n =8 192.

Podemos usar a fórmula do termo geral de uma PG

$a_n = a_1.q^{n-1}$

$a_9 = a_1.q^{9-1}$

$8192 = a_1.\ 2^8$

$8192 = a_1.\ 256$

$a_1 = \frac{8192}{256}$

$a_1 = 32$

Resposta: Alternativa c

EXERCÍCIO 6

Num programa de condicionamento físico, um atleta nada sempre o dobro da distância completada no dia anterior. Sabendo que no 1º dia ela nadou 50 metros, quantos metros ele nadará em 6 dias?

O Exercício 6 é similar ao 2, nos traz a razão, o valor inicial de uma PG e deseja saber quantos metros o atleta terá nadado no 6º dia. Podemos utilizar novamente a fórmula do termo geral:

$a_n = a_1.q^{n-1}$

$a_n = a_1.q^{n-1}$

$a_6 = 50.2^{6-1}$

$a_6 = 50.32$

$a_6 = 1600$

Resposta: Alternativa e.

EXERCÍCIO 7

Um plano de telefonia celular custa hoje R$100,00 mensais e seu valor é reajustado anualmente em 18% sobre o valor vigente. Ao se montar uma tabela para representar as variações dos valores deste plano para os próximos 5 anos, constata-se que se trata de uma:

a) Progressão Aritmética de razão 0,18.

b) Progressão Aritmética de razão 18.

c) Progressão Geométrica de razão 0,18.

d) Progressão Geométrica de razão 1,18.

e) Progressão Geométrica de razão 18.

Como o aumento anual é sempre de 18% então, em cada ano o valor do plano é corrigido em 18% que se aplica ao valor do ano anterior então, para saber o valor de um ano basta multiplicar o valor do ano anterior por 1,18 (chamado de *fator de correção para aumento*) obtido somando-se 100% (correspondente ao preço anterior) a 18%(correção anual) e transformando a soma para número decimal.

100%+18%=118%=1,18

Vamos generalizar este conceito de fator de correção para exercícios futuros.

Para corrigir um preço P numa taxa i (em decimal) e querendo saber somente o valor final, basta multiplicar o valor P por 1+i.

Por exemplo: se um celular custava R$ 550,00 e sofreu um aumento de 25 %, para saber o preço final basta multiplicar 550 por 1,25 e obter o preço final 687,50.

Se for um desconto, basta multiplicar o valor inicial por 1–i.
Por exemplo: na compra do celular de R$ 550,00, se pagar à vista, o vendedor oferece um desconto de 10%. Qual o preço final com o desconto?
O fator de desconto aqui é 1–i=1+0,10=0,90 então, basta multiplicar 550 por este fator para obter o preço final: 550.0,90=495,00.
Voltando ao exercício proposto, os preços do plano estão em uma PG de razão 1,18.
Resposta: Alternativa d.

EXERCÍCIO 8
Em quantos dias um surto de sarampo demoraria para contagiar todos os 1024 alunos de uma escola, sabendo-se que o vírus se propaga da seguinte forma: no primeiro dia, um aluno contaminado; no segundo dia, dois alunos contaminados; no terceiro dia, quatro alunos contaminados, e assim sucessivamente?

Pelo enunciado, se quisermos saber quantos alunos foram contaminados, por exemplo: até o terceiro dia, deveríamos somar os alunos contaminados no primeiro dia aos contaminados no segundo dia (serão alunos diferentes) e somar aos contaminados no terceiro dia, obtendo:
1+2+4=7 alunos no total.
Temos então que obter o valor de **n** (número de dias de contaminação) para que a soma dos **n** primeiros termos da PG seja 1024.
Temos a seguinte sequência no número de alunos contaminados (1,2,4,,,,,,1024), que é uma PG com a_1=1; q=2 e a_n=1024.
Aplicando a fórmula da soma dos **n** primeiros termos de uma PG:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Temos S_n=1024 a_1=1 e q=2
Logo:
1 024= $\frac{1.(2^n-1)}{2-1}$

$\frac{1.(2^n-1)}{2-1}$=1 024

$(2^n – 1) = 1\ 024$

$2^n = 1025$

$2^n =1\ 025$

$\log_{10}^{2^n} = \log_{10}^{1025}$

Aplicamos a base 10 porque temos os valores dos logaritmos dos números naturais tabelados.

Agora usamos a propriedade do logaritmo da potência e encontramos:

n. $\log_{10}^{2} = \log_{10}^{1025}$

Estes dois logaritmos são tabelados e valem:

$\log_{10}^{2}$= 0,3010 e $\log_{10}^{1025} = 3{,}0107$

n = $\frac{3,0107}{0,3010}$ = 10,0023

Resposta: Em 10 dias todos os alunos da escola contraíram o vírus.

EXERCÍCIO 9

Mateus é técnico em computação e tem uma oficina de prestação de serviços. Para a reparação de computadores com problemas, Mateus obedece à seguinte regra para cobrança dos serviços: C=20x+60, onde C é o custo (em reais) e x, o número de horas de trabalho no computador avariado. Na semana passada, Mateus recebeu um computador com muitos problemas. Tantos que ele demorou 16 horas para fazer o conserto. Qual foi o valor, em reais, que Mateus recebeu por esse serviço?

A função C=20.x+60 é do primeiro grau com duas variáveis. A primeira refere-se a quantas horas Mateus trabalhou num serviço (x) e a segunda refere-se ao valor que ele cobra para fazer este serviço (C).

Se soubermos o valor de uma das variáveis podemos encontrar o valor da outra variável, com a relação dada.

No caso, temos x=16 e, para encontrar o valor de C, basta trocar x por 16 na relação dada.

C=20x+60, trocando x por 16 temos:

C=20.16+60

C=320+60

C=380

Resposta: Mateus recebeu pelo serviço R$ 380,00.

EXERCÍCIO 10

Célia emprestou um capital (C) de R$ 300,00 para sua prima Andréa no regime de capitalização simples a uma taxa de juros (i) de 5% ao mês. Ao final de 6 meses (t), Andréa liquidou sua dívida com Célia. Qual foi o montante (empréstimo + juros) que Andréa pagou para Célia?

Observações: Considere que o cálculo do montante é dado pela função

(J=C ·i ·t) e utilize a taxa de juros (i) expressa na forma decimal.

a) R$ 90,00

b) R$ 390,00

c) R$ 660,00

d) R$ 3.600,00

e) R$ 3.900,00

Vamos entender o que são juros simples. Por definição “Juros Simples” são aqueles calculados sempre sobre o capital inicial.

No exemplo temos C=300, i=5% a.m.=0,05 a.am.   e t=6 m

Os juros de um mês são iguais a 5% de 300=0,05.300=15

Como são 6 meses de empréstimo, os juros destes 6 meses serão iguais a

6.15=90

Podemos, no entanto, usar a fórmula J=C.i.t para fazer este cálculo, lembrando que a taxa e o tempo devem se referir à mesma medida de tempo, o que significa que se a taxa for mensal, o tempo deve ser em meses, se o tempo for em dias, a taxa dever ser diária, e assim por diante.

No caso, temos:

C = 300;

i = 5% a.m. = 0,05 a.m.

t = 6 m

Então teremos:

J = 300.0,05.6

J = 15.6

J = 90

O exercício solicita o montante (M) pago que é a soma do Capital com os Juros então:

M = J + C

M = 90 + 300

M = 390

Poderíamos fazer este exercício usando uma outra fórmula, chamada de *fórmula do montante para juros simples*.

Temos que M=C+J=C.i.t+C, colocando C em evidência temos:

M = C.(1+i.t)

Então teríamos: M=300.(1+0,05.6)=300.1,3=390

Resposta: Alternativa b

EXERCÍCIO 11

Um remédio é administrado em pacientes cujas quantidades são proporcionais às suas massas corporais. Se um paciente com 70 quilogramas necessita de 210 miligramas de medicamento, qual é a quantidade de remédio, em miligramas, para um paciente de 50 quilogramas?

No enunciado a massa corporal e a quantidade de remédio são grandezas diretamente proporcionais (crescem ou decrescem na mesma velocidade). Podemos utilizar a chamada “regra de 3”. Ela consiste em descobrir um quarto valor a partir de 3 valores dados e proporcionais.

Por exemplo: 3 balas custam 15 reais então, se dobrarmos o número de balas, dobramos seu preço, assim 6 balas custarão 30 reais e podemos escrever:

$\frac{3}{15} = \frac{6}{30}$ (que se lê: “ 3 está para 15 assim como 6 está para 30”).

Em qualquer proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, os valores **a** e **d** são chamados de extremos e os valores **b** e **c** são chamados de meios.

E vale a propriedade: “em qualquer proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos”, logo na proporção:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ vale: b.c=a.d

Por exemplo: na proporção: $\frac{3}{15} = \frac{6}{30}$, temos:15.6=3.30

No exercício temos a proporção entre massa corporal e quantidade de remédio e podemos escrever:

$\frac{70}{210} = \frac{50}{x}$, onde x é a quantidade de remédio para o segundo paciente.

Aplicando a propriedade acima, temos:

$$\frac{70}{210} = \frac{50}{x}$$

70x=210.50

70x=10500

x = $\frac{10500}{70}$ (desejamos isolar o x, para tanto dividimos 70 de ambos os lados para manter a igualdade)

x=150

Resposta: A quantidade de remédio para um paciente que pesa 50 quilogramas é 150 miligramas.

EXERCÍCIO 12

A soma da idade de Pedro com a metade da sua idade e o quádruplo da sua idade, resulta em oitenta e oito anos, então, qual é sua idade atual?

Vamos chamar de x a idade de Pedro então, a metade de sua idade é

$\frac{1}{2}$.x = $\frac{x}{2}$ e o quádruplo de sua idade é 4.x

Temos então: $x + \frac{x}{2}$ + 4.x=88, reduzindo as frações ao mesmo denominador,

$\frac{2x+x+8x}{2} = \frac{176}{2}$

logo 11.x=176 e x= $\frac{176}{11}$ =16

Resposta: A idade atual de Pedro é 16 anos.

EXERCÍCIO 13

O banco da quadra de uma escola estava totalmente ocupado e cada um dos alunos sentados usava 60 cm do banco. Chegando mais um aluno, todos se reacomodaram para ele se sentar e cada aluno passou a ocupar 50 cm do banco. Este banco possui quantos metros de comprimento?

O enunciado nos apresenta 2 incógnitas: o número de alunos sentados e o tamanho do banco em que eles estão sentados. Podemos resolver esse problema utilizando um *sistema de equações com duas incógnitas e duas equações.*

Chamando o número de alunos de **x** e o comprimento do banco de **y** temos as equações:

60.x=y   e (x+1).50=y

Podemos resolver esse problema utilizando um sistema de equações com duas incógnitas e duas equações, indicado por:

$$\begin{cases} 60.x = y \\ (x+1).50 = y \end{cases}$$

Como sabemos que y=60.x, trocamos este valor na segunda equação, obtendo:

(x+1).50 = 60.x

60x = 50(x+1)   (aplicar a propriedade distributiva)

60x = 50x +50

60x – 50x = 50

10x = 50

x = 5

Encontramos o valor de x, agora, para encontrar o valor de y, basta substituirmos o x por este valor, em qualquer uma das equações:

x=5, vamos substituir na primeira equação:

y = 60x

y = 60. 5 = 300cm

ou

x=5, vamos substituir na segunda equação:

y = 50.(x+1)

y = 50.(5+1)

y = 50.6 = 300 cm

Resposta: O comprimento do banco é 300cm ou 3m

EXERCÍCIO 14

Em alguns países de língua inglesa, ainda é utilizada a escala de temperatura proposta em 1724, pelo físico holandês Daniel Fahrenheit. Nela, as temperaturas são dadas em graus Fahrenheit (ºF). A função que transforma graus Fahrenheit em graus Celsius (ºC) é y=1,8x+32, onde y e x são, respectivamente, as temperaturas em ºF e ºC. Sendo assim, qual é a temperatura, em ºC, que corresponde a 104 ºF?

No exercício sabe-se a temperatura de 104ºF, indicada pela letra y, e pede-se a correspondente medida em graus Celsius, indicada pela letra x.

Vamos substituir y=104 na função:

y = 1,8x + 32

104 = 1,8x + 32

1,8x + 32=104

1,8.x=104-32

1,8.x = 72

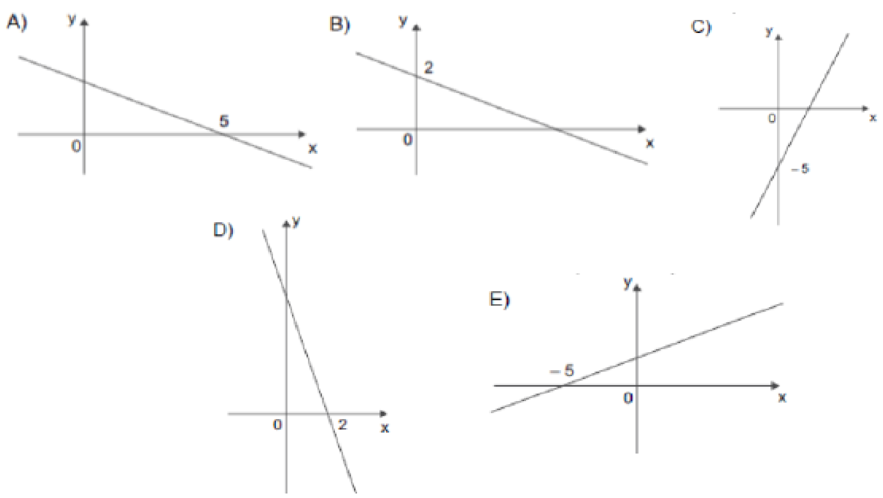
x =$\frac{72}{18}$

x = 40

Resposta: A medida de 104 °F corresponde a medida 40 °C.

EXERCÍCIO 15

Assinale o gráfico que representa a equação y=2x–5.



Podemos observar que os valores de y estão em função da variável x. Dizemos que x é a variável independente e y é a variável dependente.

Vamos relembrar a definição de função:

Definição: Uma função de um conjunto A em um conjunto B, não vazios, é uma relação que associa todo elemento em A a um único elemento em B.

Podemos representar a função com o símbolo: *f:* A→B

No problema temos uma função polinomial do 1º grau, porque as variáveis são potências com expoente 1.

Vamos rever o conceito de função do primeiro grau.

Definição: Seja a função *f*: IR→IR com *f* (x) = *a*x+*b*, sendo *a* e *b* números reais e *a* ≠ 0.

O número ***a*** é chamado coeficiente angular e o ***b*** é chamado coeficiente linear.

O gráfico de uma função do primeiro grau é uma reta.

Se *a*>0, a reta é crescente. Se *a*<0, a reta é decrescente. E o valor de ***b*** é onde o gráfico da função corta o eixo y.

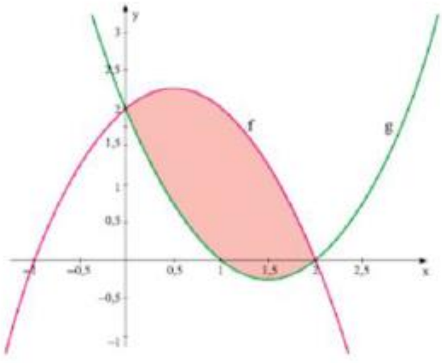
Com essas informações e analisando a função dada $y = 2x - 5$ podemos concluir que se trata de uma reta crescente, pois o valor do coeficiente angular é 2>0. Com isso podemos descartar os gráficos das alternativas A, B e D, pois são gráficos decrescentes.

A reta deve cortar o eixo y em -5, pois o valor do coeficiente linear da função é -5. Temos que o único gráfico que atende as duas observações é o da alternativa C.

Resposta: alternativa c

EXERCÍCIO 16

As funções f e g estão representadas graficamente abaixo, observa-se que elas possuem uma raiz em comum, cujo valor é dado por:



A raiz ou zero da função é o ponto onde o gráfico da função corta o eixo OX.

A função *f* (parábola rosa) tem raízes -1 e 2, ou seja: quando x assume esses valores na lei de formação da função, o valor de y é zero. Ou *f* (-1)=0 e *f* (2)=0.

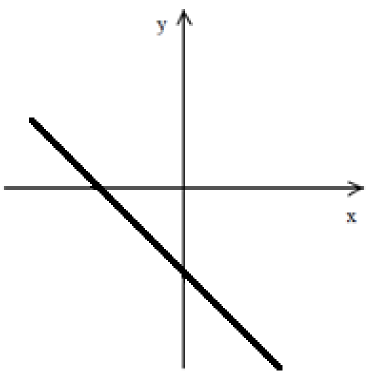
A função *g* (parábola verde) tem raízes 1 e 2, ou seja: *g* (1)=0 e *g* (2)=0.

A raiz comum entre os gráficos *f* (x) e *g* (x) é x=2.

Resposta: alternativa e

EXERCÍCIO 17

Dada a representação gráfica da função f(x)=ax+b, em que a e b são constantes reais, é correto afirmar que:



a) a > 0 e b > 0

b) a > 0 e b < 0

c) a < 0 e b > 0

d) a < 0 e b < 0

e) a = 0 e b = 0

Como apresentado no Exercício 15, se o coeficiente angular a>0, o gráfico é crescente e se a<0 o gráfico é decrescente.

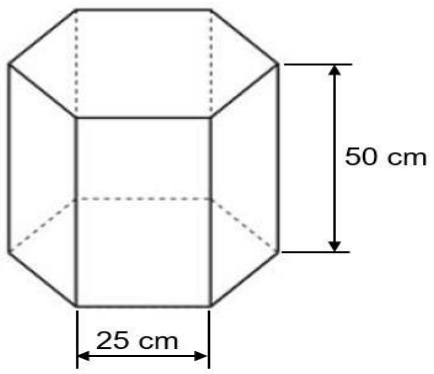
O coeficiente linear b é onde a reta corta o eixo y.

Podemos observar que a reta do Exercício é decrescente, portanto a<0 e que ela corta o eixo y abaixo do eixo x, onde y<0, portanto b<0

Resposta: Alternativa d

EXERCÍCIO 18

Qual é a capacidade máxima de água de um aquário cuja base é um hexágono regular e suas medidas estão representadas na figura abaixo?



a) 811,87 cm³

b) 1.623,75 cm³

c) 3.247,5 cm³

d) 16.237,5 cm³

e) 81.187,5 cm³

A capacidade do sólido é o seu volume que é determinado pelo tipo de sólido e de suas medidas.

O prisma reto é um sólido geométrico, caracterizado por ser um poliedro convexo com duas bases congruentes e paralelas (polígonos congruentes).

No exercício temos um prisma regular hexagonal.

O volume do prisma é o produto da área da base pela medida da altura.

Nossa base é um hexágono regular de lado igual a 25 cm. Primeiramente devemos calcular sua área.

A área de um hexágono regular é dada pela fórmula: $A = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$, onde L é seu lado

Substituindo L por 25, temos:

$$A = \frac{3(25)^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3(625)\sqrt{3}}{2} = \frac{1875\sqrt{3}}{2}cm^2$$

Agora para obter o volume do prisma devemos multiplicar a área da base que encontramos pelo valor da medida da altura (50 cm).

$$V = \frac{1875\sqrt{3}}{2}.50 = 1875\sqrt{3}.25 = 46.875\sqrt{3}cm^3$$

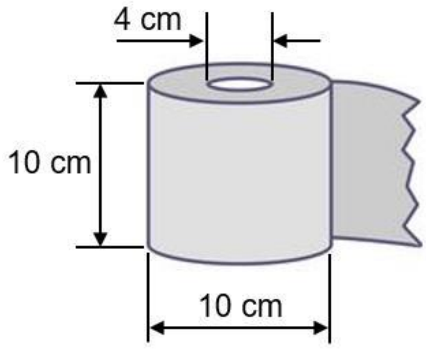
Considerando $\sqrt{3} \approx 1,732$, fazendo o produto temos:

V = 46.875.1,732 = 81.187,5

Resposta: Alternativa e

EXERCÍCIO 19

Desprezando a existência de ar entre as folhas, calcule o volume de papel existente em rolo cujas dimensões estão descritas no desenho abaixo. Considere π=3,1.



a) 124 cm³

b) 325 cm³

c) 475 cm³

d) 651 cm³

e) 775 cm³

Na imagem temos dois cilindros.

Um cilindro reto possui duas bases, que são círculos congruentes situados em planos paralelos. A altura de um cilindro é a distância *h* entre os planos da base.

Para descobrir o volume de papel existente no rolo devemos calcular o volume do cilindro menor e subtrair da área do cilindro maior.

O volume de um cilindro é o produto da área da base pela medida de sua altura.

A área da base é dada por πr², portando o volume do cilindro é dado por $\pi r^2 h$, onde **h** é a altura do cilindro e **r** é o raio da circunferência da base. O raio equivale a metade do diâmetro da circunferência.

Cilindro maior

Altura h = 10 cm

Raio r = 10 cm ÷ 2 = 5 cm

Considerando π=3,1, conforme o enunciado, temos:

$$V_1 = \pi r^2 h$$
$$V_1 = 3{,}1.5^2.10$$
$$V_1 = 775\ cm^3$$

Cilindro menor

Altura h = 10 cm

Raio r = 4 cm ÷ 2 = 2 cm

$$V_2 = \pi r^2 h$$
$$V_2 = 3{,}1.2^2.10$$
$$V_2 = 124\ cm^3$$

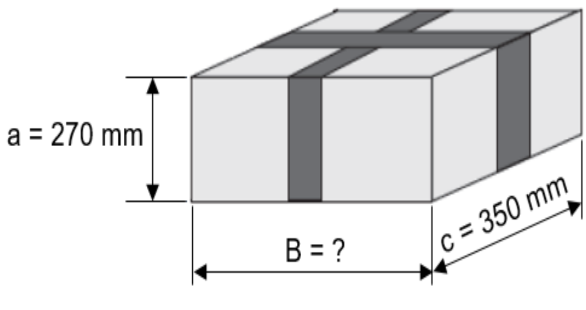
O volume de papel existente no rolo é dado pela diferença do volume do cilindro maior pelo menor.

$$V = V_1 - V_2$$
$$V = 775 - 124 = 651\ cm^3$$

Resposta: Alternativa d.

EXERCÍCIO 20

Sabendo-se que o volume da caixa retangular é 45.360.000 mm³, determine a medida desconhecida na seguinte figura.



a) 129,6 mm³

b) 168 mm³

c) 480 mm³

d) 669,3 mm³

e) 510 mm³

O prisma reto é um sólido geométrico, caracterizado por ser um poliedro convexo com duas bases congruentes e paralelas (polígonos congruentes). Um paralelepípedo é a designação dada a um prisma cujas faces são paralelogramos.

O volume do prisma é o produto da área da base pela medida da altura.

Como a base é um retângulo, sua área é o produto de sua base pela altura.

$$A = b.h$$

$$A = B.350\ mm$$

A altura da caixa é 270 mm e o seu volume total é de 45.360.000 mm³. Com essas informações podemos achar a medida desconhecida por meio da fórmula do volume:

$$V = Area\ da\ base.altura$$

$$45.360.000\ = B * 350.270$$

$$45.360.000\ = B.94.500$$

Então B = $\frac{45360000}{64500}$ = 480

Resposta: Alternativa c

EXERCÍCIO 21

O número de bactérias de uma colônia reduz-se à metade a cada hora. Às dez horas da manhã havia 4000 bactérias na colônia. Quantas bactérias haverá as duas horas da tarde?

Das 10:00 hs às 14:00 hs temos 4 horas e o decaimento será:

Primeira hora: das 10:00 hs às 11:00 hs bactérias:$\frac{1}{2}$. 4000 = 2000

Segunda hora:das 11:00 hs às 12:00 hs bactérias:$\frac{1}{2}$. 2000 = 1000

Terceira hora: das 12:00 hs às 13:00 hs   bactérias: $\frac{1}{2}$. 1000 = 500

Quarta :das 13:00 hs às 14:00 hs   bactérias: $\frac{1}{2}$. 500 = 250

Podemos resolver este problema de outra forma: o número de bactérias forma uma PG de primeiro termo a_1=4000 e razão q=0,5 número de termos n=5.

O termo geral desta PG é $a_n = a_1.q^{n-1}$

Trocando n por 5 temos

$a_5 = 4000.0,5^4$

$a_5 = 4000.0,0625 = 250$

Resposta: Haverá 250 bactérias às 14:00 hs

EXERCÍCIO 22

Dadas as funções f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ e g: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, tais que $f(x) = (\frac{4}{3})^x$e $g(x) = (\frac{1}{3})^x$; podemos afirmar que:

a) “f” é crescente e “g” é decrescente

b) “f” é decrescente e “g” é crescente

c) “g” é crescente e “f” é crescente

d) “g” é decrescente e “f” é decrescente

As funções f e g são funções exponenciais no formato **a**^{x}, onde $\boldsymbol{a}$ é um número real tal que a > 0 e $a \neq 1$.

Para a >1, o gráfico da função é crescente e para 0<a<1, o gráfico é decrescente.

Analisando a função $f(x)$ temos que $a = \frac{4}{3}$. Fazendo a divisão de 4 por 3 descobriremos sua forma decimal, a=1,333.. ou seja, a>1, então o gráfico de $f(x)$ é crescente.

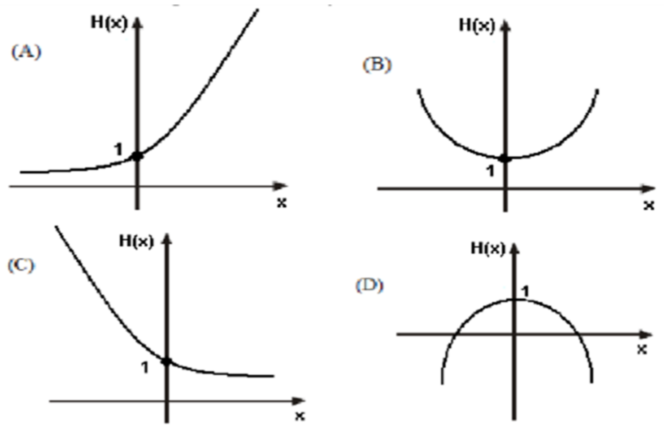
Analisando a função g temos que a = $\frac{1}{3}$ = 0,333... Neste caso, 0< a <1, portanto a função $g\ (x)$ é decrescente.

Resposta: Alternativa a.

EXERCÍCIO 23

Se a altura de planta dobra a cada mês, durante certo período de sua vida e sua altura inicial é de 1cm. A função $H(x)=2^{x}$ representa esta situação, onde x é a altura da planta.

Qual é o gráfico que ilustra melhor o crescimento da planta em função do tempo?



A função exponencial $H(x)=2^{x}$ tem base a=2 e como a>1 o gráfico da função exponencial é crescente.

Analisando os gráficos podemos descartar os gráficos B e D, pois não se tratam de gráficos de funções exponenciais, mas sim de gráficos de funções polinomiais do 2º grau.

O gráfico da alternativa C é de uma função exponencial, porém ele é decrescente, ou seja, $0< a <1$.

O gráfico que representa a função $H(x)=2^{x}$ e que ilustra melhor o crescimento da planta em função do tempo é o da alternativa A, pois ele representa uma função exponencial crescente onde a>1.

Resposta: alternativa A