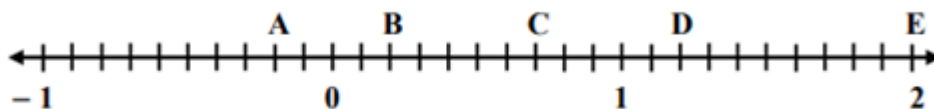


RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DO “CADERNO DE ATIVIDADES A DISTÂNCIA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO”

NÚCLEO PEDAGÓGICO DA DIRETORIA DE ENSINO DA REGIÃO DE SÃO VICENTE

EXERCÍCIO 1

Observe a reta numérica abaixo. Quais letras representam os números: $-0,2$ e $0,7$?



Observando o segmento com extremidades no “número 0” e no “número 1” é possível perceber que este segmento foi dividido em dez partes iguais.

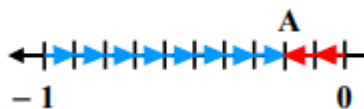
Com isso, é possível concluir que a distância entre duas marcas consecutivas é de $\frac{1}{10}$, que podemos escrever como “0,1”.

Isto significa que ao “caminhar” da esquerda para a direita, o fazemos aumentando os números de 0,1 em 0,1 e no sentido oposto, ao “caminhar” da direita para esquerda, o fazemos diminuindo os números de 0,1 em 0,1.

Após essas observações, podemos abordar o que o exercício pede:

- “Qual letra representa o número ‘-0,2’?”

Note que $-0,2$ representa duas marcas à esquerda de 0, com isso chegamos à marca representada pela letra “A”, logo **a letra “A” representa o número “-0,2” nesta reta numérica.**



- “Qual letra representa o número ‘0,7’?”

Usando o método anterior, “andaremos” sete marcas à direita de “0” (adicionando “0,7” à “0”).

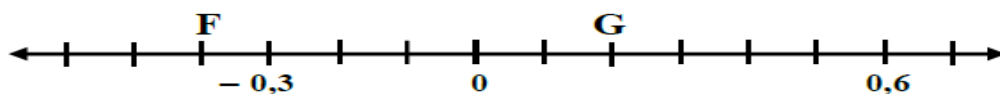
Chegamos a marca representada por “C”, concluímos que **a letra “C” representa o número “0,7” nesta reta numérica**



Resposta: Letras A e C

EXERCÍCIO 2

Observe a reta numérica abaixo e determine quais são os valores numéricos dos pontos F e G.



Na reta numerada temos representados números na forma decimal. A distância entre duas marcas consecutivas é de 0,1.

Na imagem vemos representações de números decimais positivos e negativos. Sabemos que:

- Um número mais à direita é maior que um número mais à esquerda.
- À direita da origem marcamos os números positivos e à esquerda da origem marcamos os números negativos.

O número representado pela letra G está à direita de O e distando dele 0,2 logo $G = 0,2$ e a letra F está à esquerda de O distando dele 0,4 logo $F = -0,4$.

Resposta: F = -0,4 e G = 0,2.

EXERCÍCIO 3

O valor de $\sqrt{7}$ é um número irracional. Esse valor está localizado entre quais números naturais na reta numérica?

O que significa o símbolo $\sqrt{7}$?

O símbolo $\sqrt{7}$ (que se lê “raiz quadrada de 7”) indica um número que multiplicado por ele mesmo duas vezes, resulta em 7.

De forma geral: $\sqrt{a} = b$ se $b^2 = a, a \geq 0$

Por exemplo: $\sqrt{25} = 5$ pois $5^2 = 25$

Podemos tentar obter a $\sqrt{7}$ verificando se 2 é a raiz procurada mas $2^2 = 4$, que é menor que 7. Tentamos então obter a $\sqrt{7}$ verificando se 3 seria a raiz quadrada procurada mas $3^2 = 9$ que é maior que 7, então podemos concluir que $\sqrt{7}$ está entre 2 e 3.

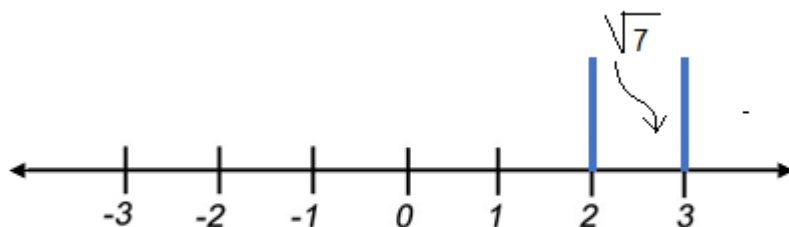
Ou poderíamos chegar ao mesmo resultado de outra forma. Vamos considerar os quadrados perfeitos (números com raiz quadrada natural) mais próximos de 7, que são 4 e 9.

Como $4 < 7 < 9$ e todos são positivos, podemos tirar a raiz quadrada deles:

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

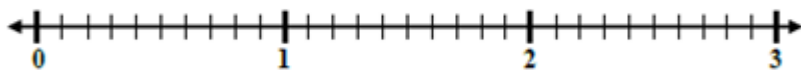
Então a $\sqrt{7}$ estará entre os números 2 e 3 da reta real.



Resposta : $\sqrt{7}$ está entre 2 e 3

EXERCÍCIO 4

Sabendo-se que existe correspondência entre números e a reta numérica, localize os seguintes números na reta abaixo: $\frac{1}{5}$; 14; $\frac{225}{100}$; 0,6



A reta numérica do exercício é uma representação de números decimais compreendidos entre 0 e 3. Esta correspondência é chamada biunívoca, pois para cada número racional existe um único ponto na reta que corresponde a ele e a cada ponto na reta existe um único número racional correspondente a ele.

Para representar um número racional na reta precisamos de sua forma decimal.

Para encontrarmos a forma decimal do número $\frac{1}{5}$ basta fazer a divisão do número 1 pelo número 5.

Para realizarmos a divisão utilizaremos o algoritmo conhecido como “método da chave” dispondo os elementos da seguinte maneira:

$$1 \overline{) \begin{array}{r} 5 \\ 0 \end{array}}$$

Como 1 é menor que 5 o resultado dessa divisão dentro do conjunto dos inteiros é 0. Vamos obter a representação decimal usando o fato que o número 1 é equivalente a 10 décimos. Como o resultado da divisão de 10 décimos por 5 é dois décimos, colocaremos uma vírgula após o 0 para indicar que o 2 representa 2 décimos.

$$10 \overline{) \begin{array}{r} 5 \\ 0,2 \end{array}}$$

Agora é possível fazer a divisão. Podemos dividir 10 por 5 e o resultado é 2. Temos então que o quociente da divisão de 1 por 5 é 0,2.

Para encontrar a forma decimal do número $\frac{225}{100}$ basta fazer a divisão do número 225 pelo número 100.

$$\begin{array}{r} 225 \\ 25 \end{array} \overline{) \begin{array}{r} 100 \\ 2 \end{array}}$$

Nesse primeiro momento, ao dividirmos 225 por 100 achamos o quociente igual a 2 e o resto igual a 25. Para prosseguir a divisão, transformaremos 25 em 250 décimos e colocaremos uma vírgula após o 2.

$$\begin{array}{r} 225 \\ 250 \\ 50 \end{array} \overline{) \begin{array}{r} 100 \\ 2,2 \end{array}}$$

Ao dividirmos 250 décimos por 100 obtemos o resultado 2 décimos e resto 50 décimos. Devemos então transformar 50 décimos em 500

centésimos para que consigamos efetuar a divisão por 100.

$$\begin{array}{r} 225 \\ 250 \\ 500 \\ 0 \end{array} \overline{) \begin{array}{r} 100 \\ 2,25 \end{array}}$$

Fazendo essa divisão obtemos o resultado 5 e resto 0. Obtemos assim que o quociente da divisão de 225 por 100 é 2,25.

Agora dispendo os números obtidos na reta, temos:

Resposta:



EXERCÍCIO 5

Ao pesar $\frac{3}{4}$ de quilograma de mortadela, uma balança digital mostra qual valor decimal?

Vamos lembrar que toda fração é uma divisão, então para termos a representação decimal de uma fração, basta realizar a divisão de seu numerador pelo seu denominador.

Assim, a representação decimal da fração $\frac{3}{4}$ é obtida dividindo 3 por 4.

Para fazer esta divisão utilizamos o método da chave, explicado anteriormente, e encontramos 0,75.

Realizando a multiplicação de 1 quilograma por 0,75 encontramos o valor de 0,75(kg), que será o valor mostrado na balança digital.

Resposta: 0,75 kg

EXERCÍCIO 6

A quantia de 0,125 litros de água corresponde a qual fração?

Todo número racional pode ser escrito na forma decimal e todo número decimal racional poder ser escrito na forma de fração. Vamos relembrar como transformar número decimal em fração.

Por exemplo, lemos o número 0,52 da seguinte forma: 52 centésimos ou seja: 52 dividido por 100 (centésimo significa dividido por 100), logo $0,52 = \frac{52}{100}$.

Da mesma forma com 1,5 lemos: um inteiro e 5 décimos e, como um inteiro tem 10 décimos, podemos ler 15 décimos ou $\frac{15}{10}$.

Podemos então perceber a regra para transformar decimal em fração: seu numerador será igual ao número decimal sem a vírgula e o denominador será igual ao número 1 seguido de tantas casas decimais tiver o número inicial.

Por exemplo: o número 2,4 é equivalente a $\frac{24}{10}$, assim como o número 25,265 equivale a

$$\frac{25265}{1000}$$

Então o número 0,125 equivale a $\frac{125}{1000}$. Podemos simplificar esta fração dividindo o numerador e o denominador por 125 encontrando $\frac{1}{8}$ (você pode dividir o numerador e o denominador por 5, três vezes seguidas).

Resposta: $\frac{1}{8}$

EXERCÍCIO 7

Descreva a dízima periódica que indica a fração $\frac{5}{11}$

Dízima periódica é um número com representação infinita periódica.

Por exemplo:

- a) 5,4444444..... tem período 4 (algarismo ou grupo de algarismos que se repetem infinitamente)
- b) 23,545454545.....período 54
- c) 3,45123123123.....período 123

Toda dízima periódica é um número racional, ou seja: sempre existe uma fração com numerador e denominador inteiros que é igual a dízima.

Por exemplo:

- a) $5,4444... = \frac{49}{9}$
- b) $23,555... = \frac{212}{9}$
- c) $3,45888... = \frac{3113}{900}$

A representação na forma de fração de uma dízima é chamada de *geratriz* da dízima.

Uma técnica para se achar a geratriz de dízimas é a seguinte:

Vamos encontrar a geratriz de 5,44444.....

Chamamos de x a esta dízima, então $x = 5,4444...$

Como o período da dízima tem só um algarismo, multiplicamos x por 10 (“um zero” para cada numeral que se repete no período)

Então $10.x = 54,4444...$

Fazemos $10.x - x = 54,444... - 5,444... = 49$

$9.x = 49$ e $x = \frac{49}{9}$

Faça a verificação dividindo 49 por 9.

Vamos fazer mais um exemplo:

Ache a geratriz de 23,454545...

Vamos chamar de x a dízima, então $x = 23,454545...$

O período desta dízima é 45, tem dois dígitos, então multiplicamos x por 100

$100.x = 2345,454545...$

Fazemos $100.x - x = 2345,454545... - 23,454545... = 2300$

$$99 \cdot x = 2322 \text{ então } x = \frac{2322}{99}$$

Voltando ao exercício:

Como o enunciado já afirma que se trata de uma dízima periódica, basta que nós realizemos a divisão para encontrá-la:

$$\begin{array}{r} 5 \quad | \quad 11 \\ 50 \quad 0,4545 \\ 60 \\ 50 \\ 60 \end{array}$$

Ao realizar a divisão, percebemos que o par de algarismos 45 se repete infinitamente, caracterizando um período. Então a dízima periódica da fração é: 0,4545....

Resposta: 0,454545....

EXERCÍCIO 8

O número decimal 0,675 corresponde a qual valor percentual?

No conjunto dos números racionais os números podem ser representados na forma decimal ou na forma de fração. Frações de denominador 100 são chamadas *razões centesimais*, *taxas percentuais* ou *simplesmente de porcentagem*.

A porcentagem é representada com o símbolo % (lê-se: por cento), pois % significa “dividido por 100”.

Por exemplo: $\frac{23}{100} = 23 \%$

Para transformar o número decimal 0,675 em um valor percentual devemos transformar esse número em uma fração de modo que o denominador seja 100.

Como explicado no exercício 6, basta deslocarmos a vírgula duas casas para a direita para assim obteremos a fração $\frac{67,5}{100}$ que corresponde a 67,5%.

Logo, o número decimal 0,675 corresponde a 67,5%.

Resposta: 67,5%

EXERCÍCIO 9

Um comerciante comprou duas dúzias de um determinado produto por R\$ 336,00 e vendeu cada unidade por R\$ 18,50. Mantendo-se os preços de compra e venda, se o comerciante comprar e vender 40 unidades, qual será seu lucro?

Primeiro vamos organizar as informações que o enunciado nos dá:

O valor de 2 dúzias de um determinado produto é R\$ 336,00; assim cada produto valerá

$$\frac{336}{24} = 14,00$$

Logo o valor de compra de cada unidade é R\$ 14,00;

Chamamos de lucro à diferença entre o preço de venda e o preço de compra de um produto, então ,como ele vende cada produto por 18,50, lucrará $18,50 - 14,00 = 4,50$ por produto.

Se vender 40 produtos seu lucro total será: $40 \cdot 4,50 = 180,00$

Resposta: Lucrará R\$ 180,00

EXERCÍCIO 10

A placa abaixo indica a largura máxima de um portão. Considerando que um automóvel com largura de 1,94 m passe por esse portão e mantenha a mesma distância entre os lados, qual será a folga de cada lado?



Como a largura máxima é de 2,4 m é maior que a largura do automóvel (1,94 m), ele passará com uma folga que é igual a diferença entre estas medidas: $2,4 - 1,94$.

Para fazermos esta diferença os números devem ter o mesmo número de casas decimais e para isto, escrevemos 2,4 como 2,40 então: $2,40 - 1,94 = 0,46$ m

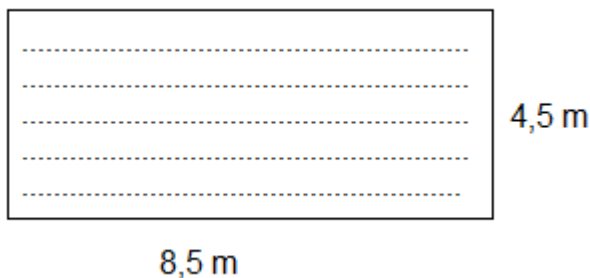
Agora já sabemos a folga total que o automóvel terá para atravessar o portão, porém queremos que ele mantenha a mesma distância entre os lados. Para obter esse resultado basta apenas dividir 0,46 m por 2 e encontramos 0,23 m.

Resposta: A distância entre o automóvel e cada lado do portão será de 0,23 m.

EXERCÍCIO 11

Um salão retangular mede 4,5 m x 8,5 m. O proprietário deseja revestir todo o piso e já possui 24,5 m² de piso cerâmico. Qual é a quantidade faltante de piso?

- a) 13,75 m²
- b) 17,25 m²
- c) 23,5 m²
- d) 32,75 m²
- e) 38,25 m²



Para revestir todo o piso, o proprietário precisará saber a área total do piso e como é um retângulo, basta multiplicar dois de seus lados consecutivos, então a área é:

$8,5 \times 4,5 = 38,25 \text{ m}^2$, como ele já tem $24,5 \text{ m}^2$, faltam ainda: $38,25 - 24,5 = 13,75 \text{ m}^2$

Resposta: Alternativa a

EXERCÍCIO 12

Numa sala com 36 alunos, $\frac{1}{2}$ preferem assistir seriados, $\frac{1}{3}$ preferem filmes e o restante prefere documentário. Quantos alunos preferem assistir documentários?

Vamos relembrar alguns termos que usamos em Matemática:

Quando falarmos o dobro de um número queremos dizer que devemos multiplicar o número por 2. Quando dizemos o triplo de um número queremos dizer que devemos multiplicar o número por 3 e isto vale para todas as frases deste tipo, por isto quando dizemos $\frac{1}{2}$ de 10

queremos dizer : multiplique $\frac{1}{2}$ por 10.

O processo de multiplicar uma fração por outra é simples: basta multiplicar o numerador de uma fração pelo numerador da outra fração, e multiplicar o denominador de uma pelo denominador da outra.

Por exemplo: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$

Para a resolução desse exercício devemos primeiro descobrir o número de alunos que preferem assistir seriados. Esse número pode ser obtido multiplicando $\frac{1}{2}$ por 36.

O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais, sendo assim todo número natural pode ser escrito como uma fração de denominador igual a um, assim $36 = \frac{36}{1}$

$$\frac{1}{2} \cdot 36 = \frac{1}{2} \cdot \frac{36}{1} = \frac{36}{2} = 18$$

Temos então que dos 36 alunos, 18 preferem assistir seriados.

Para descobrir quantos alunos preferem filmes, devemos multiplicar $\frac{1}{3}$ por 36.

$$\frac{1}{3} \cdot 36 = \frac{1}{3} \cdot \frac{36}{1} = \frac{36}{3} = 12$$

Temos então que dos 36 alunos, 12 preferem assistir filmes.

O restante dos alunos prefere assistir documentários. Para obter esse número devemos somar o número de alunos que preferem assistir seriados (18) com o número de alunos que preferem assistir filme (12) e subtrair o resultado do total de alunos (36).

$$18 + 12 = 30 \quad \text{e} \quad 36 - 30 = 6$$

Resposta: 6 alunos preferem assistir documentários.

EXERCÍCIO 13

Para o dia das mães, uma loja de cosméticos ofertou um desconto de 20% sobre o preço de uma cesta de produtos que custava R\$ 180,00, passada a data comemorativa, a loja aumentou o preço da promoção em 20%. Qual o preço atual da cesta?

Sabemos que $20\% = 0,20$ (Vide exercício 8)

Agora podemos calcular o desconto da cesta de duas formas.

A primeira forma: multiplicando a porcentagem em representação decimal pelo valor da cesta e encontrando o valor do desconto: $0,20 \cdot 180 = 36$

Do valor inicial retiramos o desconto: $180 - 36 = 144$.

A segunda forma: obtemos o valor da cesta já com o desconto. Para isso temos que entender que 100% é equivalente ao valor total do produto já que $100\% = 1$. Sabendo disto, como o desconto é de 20%, basta subtrair 20% do total: $100\% - 20\% = 80\%$ ou $1 - 0,2 = 0,8$.

Desta forma, realizando previamente a subtração utilizando as porcentagens, podemos obter o valor do produto já com o desconto: $0,8 \cdot 180 = 144$

Com isso encontramos quanto a cesta custaria durante a promoção no dia das mães: R\$ 144,00.

Após a data comemorativa o produto recebeu um aumento de 20% em relação ao valor da promoção, ou seja: sobre os R\$144,00.

Aqui também podemos resolver o exercício de duas formas: encontrando o quanto o preço irá aumentar e depois somar com os 144:

$$144 + 28,8 = \text{R\$ } 172,80 \text{ ou}$$

Realizamos primeiramente a soma das porcentagens:

$$100\% + 20\% = 120\% = 1 + 0,2 = 1,2$$

$$1,2 \cdot 144 = 172,8.$$

Resposta: O preço atual da cesta é R\$ 172,80

EXERCÍCIO 14

Se 8% dos alunos das escolas estaduais de São Paulo corresponde a 608 000 alunos, qual é o total de alunos da rede pública estadual?

Para calcularmos uma porcentagem de um valor, devemos inicialmente converter a porcentagem em números decimais. No caso, dividindo 8 por 100, porque 8% significa “8 dividido por 100”.

A questão nos dá duas informações: a porcentagem e o valor que ela representa de um total. Restando saber quanto é esse total, para tal podemos realizar uma equação simples.

Sabemos que 8% de um valor y é igual a 608.000:

$$8\% \cdot y = 608.000$$

$$0,08 \cdot y = 608.000 \quad (\div 0,08)$$

$$y = 608.000 / 0,08$$

$$y = 7.600.000$$

Resposta: O número total de estudantes da rede pública estadual é 7.600.000.

EXERCÍCIO 15

Numa promoção estão sendo vendidos 15 cadernos pelo preço de 12 cadernos. Qual é o percentual de desconto oferecido?

Podemos resolver esta questão encontrando primeiro a diferença entre os cadernos entregues que são 15 e o número de cadernos cobrados que é 12:

$15-12=3$, ou seja: foram concedidos 3 cadernos gratuitamente na promoção.

Sabendo a diferença, agora só resta saber quanto a diferença representa em porcentagem sobre o número de cadernos entregue. Para tal, dividiremos a diferença pelo valor sem o desconto:

$$\frac{3}{15}=0,2$$

Representando $0,2=0,20$ na forma de porcentagem (multiplicando 0,20 por 100):

$$0,20 \times 100 = 20\%$$

Resposta: O percentual de desconto oferecido é 20%.

EXERCÍCIO 16

André pagou uma conta após o vencimento com multa de 12%. Sabendo-se que o valor da conta sem a multa era de R\$ 140,00, quanto ele pagou?

Diferente dos descontos, as multas se somam ao valor. Como vimos no exercício 13 podemos calcular o valor de 12% e após isso somar ao valor de R\$ 140,00 ou somar as porcentagens e depois multiplicar:

1º Modo:

$$12\% \cdot 140 = 0,12 \cdot 140 = 16,8$$

$$140 + 16,8 = 156,8$$

2º Modo:

Usando o conceito de *fator de correção*.

E o *fator de correção para aumentos* é obtido da seguinte forma: somamos 100% ao aumento porcentual e transformamos em decimal. No exercício o fator será:

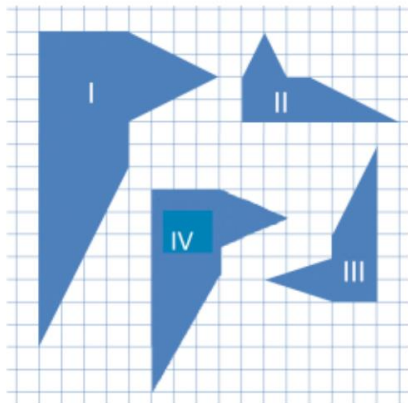
$100\% + 12\% = 112\% = 1,12$. Basta multiplicar o valor inicial pelo fator, para obtermos o valor já com aumento de 12%:

$$1,12 \cdot 140 = 156,8$$

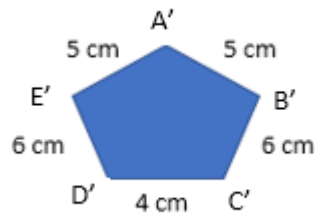
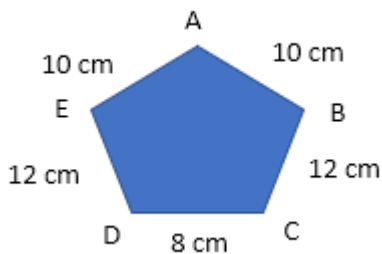
Resposta: André pagou R\$ 156,80.

EXERCÍCIO 17

Na malha quadriculada encontram-se quatro figuras geométricas planas. Quais delas são semelhantes entre si?



Dois polígonos são semelhantes quando os ângulos internos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais entre si. Por exemplo:



A relação de proporcionalidade se dá pela razão entre os lados correspondentes:

$$AB/A'B'=10/5=2$$

$$BC/B'C'=12/6=2$$

$$CD/C'D'=8/4=2$$

$$DE/D'E'=12/6=2$$

$$EA/E'A'=10/5=2$$

Neste exemplo as figuras são semelhantes, pois todos os seus lados correspondentes são proporcionais pela mesma razão que é 2.



No exemplo acima as figuras parecem semelhantes, mas não são.

Seus ângulos são todos congruentes entre si, mas ao realizar a razão entre os seus lados notamos que não são proporcionais:

$$5/4=1,25$$

$$4/3=1,333$$

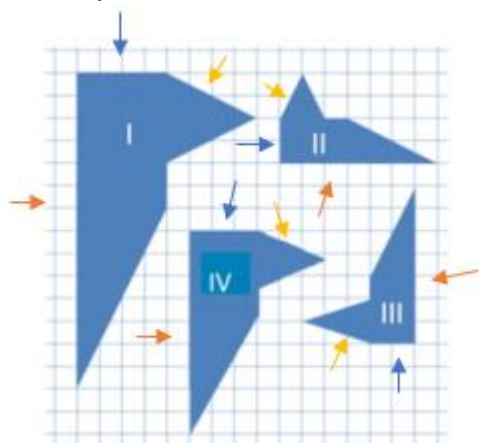
$$5/4=1,25$$

$$4/3=1,333$$

Neste caso obtemos 2 valores diferentes na razão de proporção, logo não são semelhantes.

A figura proposta pelo anunciado está sobre uma malha quadriculada, sem especificar alguma unidade de medida, com isso podemos tomar um quadradinho como uma unidade de medida.

Vamos utilizar 2 lados correspondentes de cada figura para fazermos a relação de suas razões, os lados correspondentes serão indicados pela mesma cor das setas:



Separando as figuras e os seus lados correspondentes, utilizando um quadradinho como unidade de medida, teremos:

I: seta laranja: 14 quadrados // seta azul: 4 quadrados // seta amarela: 4 quadrados

II: seta laranja 7 quadrados // seta azul: 2 quadrados // seta amarela: 2 quadrados

III: seta laranja 7 quadrados // seta azul: 2 quadrados // seta amarela: 3 quadrados

IV: seta laranja 9 quadrados // seta azul: 3 quadrados // seta amarela: 3 quadrados

Agora vamos fazer a relação dos lados correspondentes:

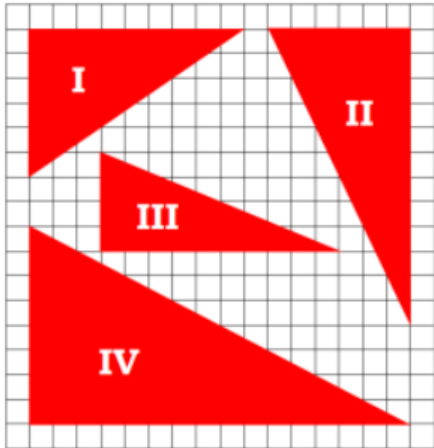
$I/II=14/7=2$	$4/2=2$	$4/2=2$
$I/III=14/7=2$	$4/2=2$	$4/3=1,333\dots$
$I/IV=14/9=1,555\dots$	$4/3=1,333\dots$	$4/3=1,333\dots$

As únicas figuras cujas razões entre os lados correspondentes são iguais, são as figuras I e II. Logo elas são semelhantes.

Resposta: Figuras I e II

EXERCÍCIO 18

Observe as figuras na malha quadriculada abaixo e indique quais triângulos são semelhantes entre si.



Temos os seguintes triângulos retângulos com seus respectivos catetos observados na figura:

Triângulo I: lados 6, 9

Triângulo II: lados 6, 12

Triângulo III: lados 4, 10

Triângulo IV: lados 8, 16

Nem todos os triângulos retângulos são semelhantes entre si. Por exemplo: o triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5 não é semelhante ao triângulo retângulo 5, 12 e 13 porque seus ângulos correspondentes não são congruentes entre si.

Vamos comparar os pares de triângulos e verificar se existe uma razão constante entre seus lados.

Lembrando que se duas frações são equivalentes, o produto de seus extremos será igual ao produto de seus meios.

$$\text{Se } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies a \cdot d = b \cdot c$$

Vamos usar esta propriedade para fazer as afirmações abaixo:

$$\text{Triângulos I e II: razões : } \frac{6}{6} \neq \frac{9}{12} \quad (6 \cdot 12 \neq 6 \cdot 9)$$

$$\text{Triângulos I e III: razões : } \frac{6}{4} \neq \frac{9}{10} \quad (6 \cdot 10 \neq 4 \cdot 9)$$

$$\text{Triângulos I e IV: razões : } \frac{6}{8} \neq \frac{9}{16} \quad (6 \cdot 16 \neq 8 \cdot 9)$$

Triângulos II e III: razões : $\frac{6}{4} \neq \frac{12}{10}$ ($6 \cdot 10 \neq 4 \cdot 12$)

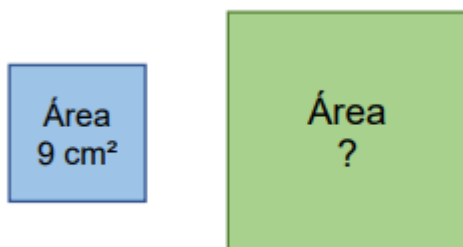
Triângulos II e IV: razões : $\frac{6}{8} = \frac{12}{16}$ ($6 \cdot 16 = 8 \cdot 12$)

Podemos parar por aqui porque já obtivemos a resposta.

Resposta: Alternativa d

EXERCÍCIO 19

Dados os polígonos semelhantes a seguir, qual a área do segundo polígono, sabendo que a razão de semelhança entre eles é 2 e que a área do polígono menor mede 9 cm^2 ?



O enunciado informa que os polígonos são semelhantes e que a razão entre eles é 2 e informa a área do polígono menor que é de 9 m^2 .

Vamos nos lembrar do teorema: "Se a razão de semelhança entre dois polígonos é k então a razão entre as áreas é k^2 ".

Vamos ver isto com um exemplo.

Um retângulo de lados 3 e 5 é semelhante a outro retângulo de lados 6 e 10 e a razão de semelhança é obtida de duas maneiras:

Comparando os lados menores temos $k=6/3=2$ ou comparando os lados maiores $10/5$ e a razão é a mesma $k=2$.

A área de qualquer retângulo é calculada multiplicando-se as medidas de seus lados, então o retângulo menor tem área $3 \cdot 5=15$ e o retângulo maior tem área $6 \cdot 10=60$ e a razão entre as áreas é $60/15=4=k^2$.

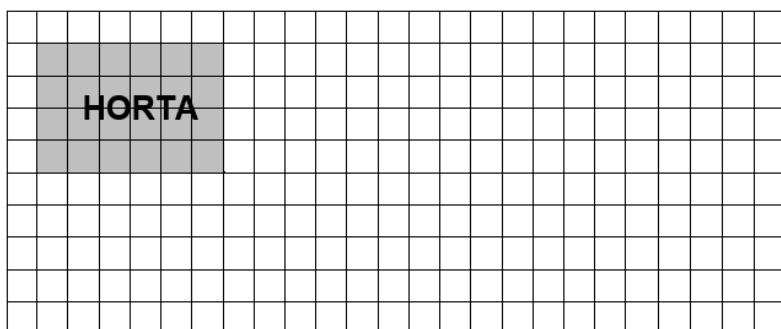
Então no problema a razão de semelhança entre os dois polígonos é $k=2$ e a razão entre as áreas será $k^2=4$, logo a área do segundo polígono r será $4 \cdot 9=36 \text{ cm}^2$

Resposta: A área do segundo polígono é 36 cm^2

EXERCÍCIO 20

Na malha quadriculada abaixo está representada a horta da Alice. Ela pretende fazer uma nova horta com o dobro das dimensões da atual. Considerando que todos os quadradinhos

possuem o mesmo tamanho, quantos quadradinhos serão utilizados para representar a nova horta?



Para dobrar as dimensões da horta, primeiro devemos deduzir o tamanho dos lados dela. Como os quadradinhos possuem o mesmo tamanho, eles serão nossa unidade de medida.

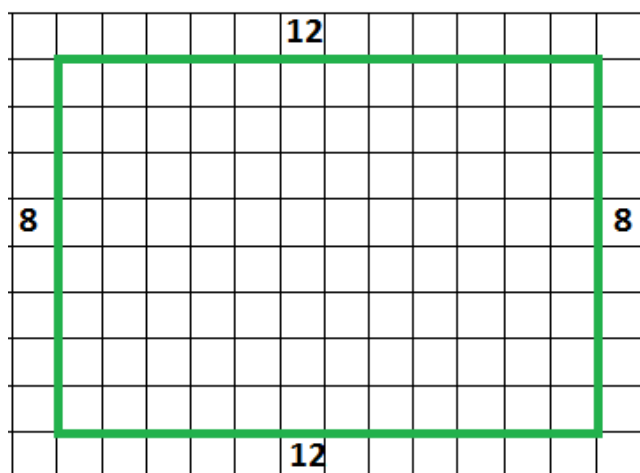


Podemos perceber que a horta é um retângulo de lados que possuem respectivamente 6 e 4 unidades de medida.

A área desse retângulo equivale ao total de quadradinhos que foram utilizados para formá-lo.

Como a horta forma um retângulo basta multiplicar as medidas de dois de seus lados consecutivos para encontrar sua

área, assim temos $6 \times 4 = 24$ unidades de área, ou seja: essa figura é formada por 24 quadradinhos.



Dobrando essas medidas obteremos um retângulo de lados que possuem respectivamente 12 e 8 unidades de medida.

Podemos obter sua área e conseqüentemente quantos quadrados foram utilizados faremos da mesma forma usada na primeira horta Assim, sua área será $12 \cdot 8 = 96$ unidades de área, ou seja: a

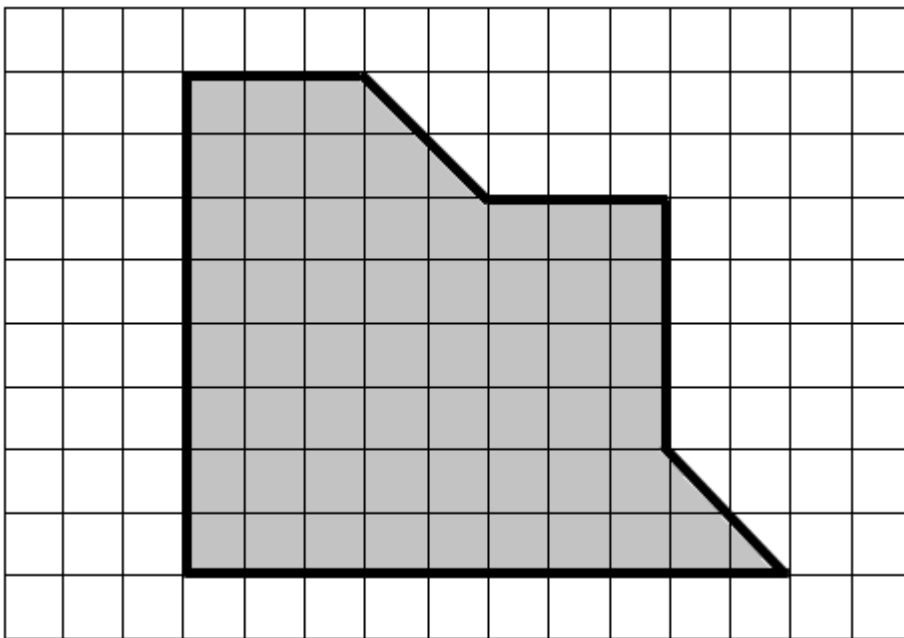
nova horta de Alice é formada por 96 quadradinhos.

Resposta: Serão utilizados 96 quadradinhos.

EXERCÍCIO 21

Na malha quadriculada abaixo, todos os quadradinhos possuem o mesmo tamanho e o lado de cada um deles corresponde a 1 cm. Duplicando-se as medidas dos lados deste polígono, podemos concluir que o perímetro do novo polígono será:

- a) Metade do atual.
- b) O dobro do atual.
- c) Um terço do atual.
- d) O triplo do atual.
- e) Um quarto do atual.



Vamos estudar um Teorema sobre Perímetros de figuras planas semelhantes.

Seja um polígono de lados l_1, l_2, \dots, l_n e um polígono semelhante a ele, com razão de semelhança k , então os lados do segundo polígono são: $k.l_1, k.l_2, \dots, k.l_n$

O perímetro dos dois polígonos é a soma das medidas de seus lados, então o perímetro do primeiro polígono é: $l_1 + l_2 + \dots + l_n$ e o perímetro do segundo é :

$k.l_1 + k.l_2 + \dots + k.l_n = k.(l_1 + l_2 + \dots + l_n)$ e a razão entre os perímetros dos dois polígonos semelhantes é igual à razão de semelhança entre seus lados.

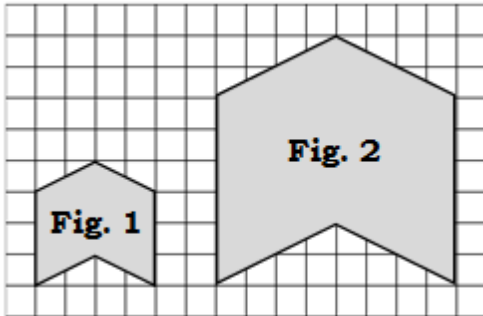
Por exemplo: um triângulo de lados 3, 4 e 5 tem perímetro $3+4+5=12$.

Vamos considerar um triângulo semelhante a ele com razão de semelhança 10, seus lados serão: 30, 40 e 50 e seu perímetro será $30+40+50=120$ e a razão entre os dois perímetros também é 10

Resposta: Alternativa b

EXERCÍCIO 22

O perímetro da Figura 1 foi duplicado obtendo-se a Figura 2, tal como representado na malha quadriculada abaixo. Sendo assim, pode-se concluir que a área da Figura 2 é:



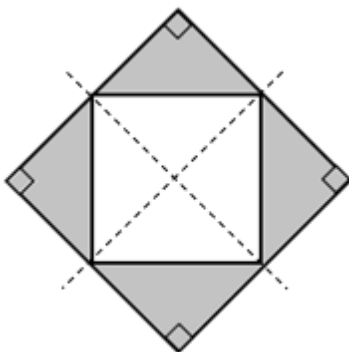
Sabemos que "se duas figuras planas são semelhantes com razão k , então suas áreas estarão na razão k^2 " (exercício 21).

No exercício proposto se a razão entre os lados das figuras semelhantes é 2, a razão entre suas áreas será $2^2=4$

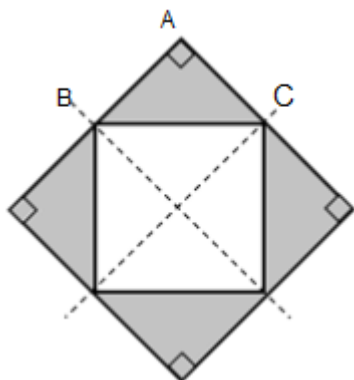
Resposta: Alternativa d

EXERCÍCIO 23

As hipotenusas de quatro triângulos retângulos isósceles (pintados de cinza) coincidem com os lados de um quadrado (de cor branca) cujos lados medem 4 cm. Sendo assim, quanto mede a soma das áreas destes triângulos pintados de cinza?



Vamos considerar a figura:



O triângulo ABC é retângulo e isósceles. Vamos chamar as medidas de seus lados congruentes medem l , então aplicando o Teorema de Pitágoras temos:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

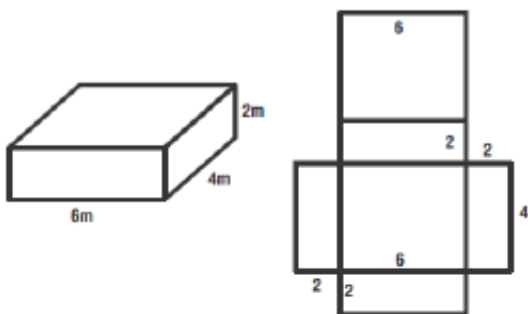
$$l^2 + l^2 = 4^2 \text{ então } l^2 = 8$$

A área deste triângulo é $\frac{l \times l}{2} = \frac{l^2}{2} = \frac{8}{2} = 4$ e como a área pedida é formada por 4 destes triângulos, a área deles será $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$

Resposta: 16 cm²

Exercício 24

Um container tem as seguintes dimensões: 6 m, 2 m e 4 m, como mostra a figura abaixo. Qual é a área total da superfície deste container?



Inicialmente nós não temos indicações que nos permitam perceber se essas figuras são algum quadrilátero notável. Afim de obter uma resolução para o exercício, consideraremos as figuras como retângulos.

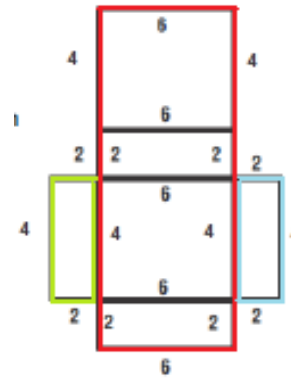
Após completar na planificação a medida dos lados paralelos podemos dividir a figura da superfície do container em 3 retângulos.

O retângulo vermelho tem altura igual a 12 m (4+2+4+2) e base igual a 6 m. A área dele pode ser obtida pelo produto da base pela altura:

$$\text{Área} = b \cdot h = 12 \cdot 6 = 72m^2$$

O retângulo verde possui base igual a 2 m e altura igual a 4 m. Sua área é dada por $b \cdot h = 4 \cdot 2 = 8m^2$

O retângulo azul tem as mesmas dimensões do retângulo verde e conseqüentemente a mesma área de $8m^2$.



A área total da superfície do container é obtida pela soma das áreas encontradas:

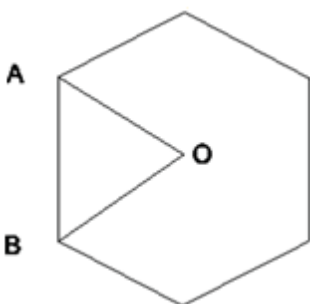
$$72m^2 + 8m^2 + 8m^2 = 88m^2$$

Resposta: A área total é 88 m²

EXERCÍCIO 25

No hexágono regular de centro "O" mostrado na figura, a área do triângulo AOB é igual a 8 m². Sendo assim, qual é a área total do hexágono?

- a) 36 m²
- b) 44 m²
- c) 48 m²
- d) 52 m²
- e) 56 m²



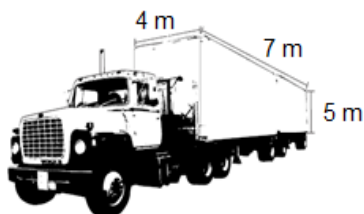
Num hexágono regular (polígono com 6 lados congruentes, o ângulo central O mede 60° (este valor é obtido dividindo-se a volta completa de 360° em 6 partes). Com AO é congruente a OB, os ângulos internos A e B também medem 60° cada, portanto o triângulo AOB é equilátero.

A figura é formada por 6 triângulos congruentes (pois são equiláteros com os mesmos lados) então a área do hexágono é igual a 6x8=48 m²

Resposta: Alternativa c

EXERCÍCIO 26

Considerando as dimensões da carroceria mostradas na figura abaixo. Qual a capacidade volumétrica da carroceria deste caminhão?



As medidas de um sólido determinam qual o volume deste sólido. Ela mede o quanto o sólido pode armazenar.

A medida de volume no sistema internacional de unidades (SI) é o metro cúbico (m^3).

1 m^3 equivale ao espaço que um cubo de 1 metro de aresta.

O prisma é um sólido geométrico, caracterizado por ser um poliedro convexo com duas bases congruentes e paralelas (polígonos iguais). Um paralelepípedo é a designação dada a um prisma cujas faces sejam paralelogramos.

O volume do prisma é o produto da área da base pela medida da altura.

A carroceria do caminhão pode ser considerada um paralelepípedo retângulo de altura 5m e área da base $28m^2$ (obtida ao multiplicar 7m por 4m, respectivamente base e altura do retângulo que forma a base do paralelepípedo).

Sendo assim o volume do paralelepípedo é dado por:

$$V = B \cdot h$$

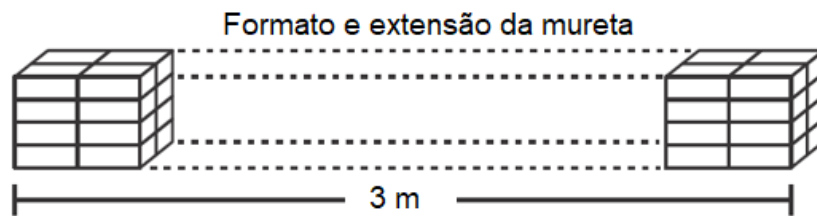
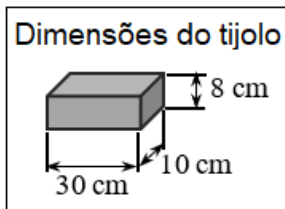
$$V = 28m^2 \cdot 5m$$

$$V = 140m^3$$

Resposta: Alternativa e.

EXERCÍCIO 27

Manoel vai construir uma mureta com blocos de 30 cm x 10 cm x 8 cm. Levando em consideração os blocos indicados na figura abaixo, calcule quantos blocos serão necessários para a construção dessa mureta.



- a) 30 blocos
- b) 40 blocos
- c) 80 blocos
- d) 100 blocos
- e) 120 blocos

Considere a mureta a ser construída como um paralelepípedo de dimensões:

$$30 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 2400 \text{ cm}^3$$

Pela figura a mureta terá as seguintes dimensões: 3 m=300 cm de largura.

A altura será equivalente a altura de 4 blocos, portanto será de $4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}$ e a profundidade será equivalente a profundidade de dois blocos, portanto será de $2 \cdot 10 = 20 \text{ cm}$

Então a mureta tem as seguintes dimensões: 300, 32 e 20 e volume igual a

$$300 \cdot 32 \cdot 20 = 192\,000 \text{ cm}^3$$

Para saber quantos blocos serão necessários basta dividir 192.000 por 2.400 e encontrar 80 blocos

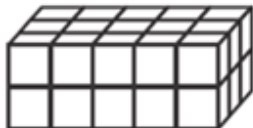
Resposta: Alternativa c

EXERCÍCIO 28

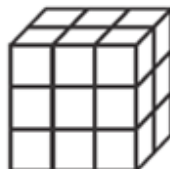
Com cubinhos de madeira de 1 cm^3 de volume, Ana construiu cinco sólidos. Assinale aquele que é um paralelepípedo com 30 cm^3 de volume.



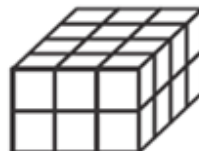
Sólido A



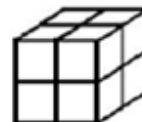
Sólido B



Sólido C



Sólido D



Sólido E

- a) Sólido A
- b) Sólido B
- c) Sólido C
- d) Sólido D
- e) Sólido E

O prisma é um sólido geométrico, caracterizado por ser um poliedro convexo com duas bases congruentes e paralelas (polígonos congruentes). Um paralelepípedo é a designação dada a um prisma cujas faces sejam paralelogramos.

Com essa informação podemos descartar o Sólido A, pois ele não é um paralelepípedo.

O volume de um prisma, e conseqüentemente de um paralelepípedo, é o produto da área da base pela medida da altura.

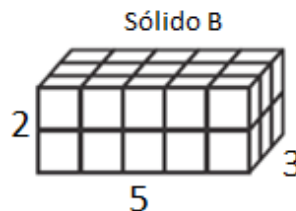
O sólido B tem 2 cm de altura e a área da base igual a 15 cm².

Pela fórmula:

$$V = B \times h$$

$$V = 15 \cdot 2$$

$$V = 30 \text{ cm}^3$$



Sendo assim, o sólido B é o paralelepípedo com 30cm³ de volume.

Para verificar as outras alternativas, temos:

Paralelepípedo C: Volume:3.2.3=18 cm³

Paralelepípedo D: Volume:3.4.2=24 cm³

Paralelepípedo E: Volume:2.2.2=8 cm³

Resposta: Alternativa b